

Aufgaben 4 : Die Berechnung bestimmter Integrale

1. Berechne und deute geometrisch

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \int_{-1}^2 \left(\frac{1}{2}x^2 + 2\right) dx & \text{b) } \int_{-2}^1 \left(\frac{1}{2}x^3 + 2\right) dx & \text{c) } \int_0^{\frac{3}{2}\pi} 2\sin x dx & \text{d) } \int_1^2 \frac{1}{16}x^4 dx \\ \text{e) } \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx & \text{e) } \int_1^2 \frac{x^3 + 1}{x^2} dx & \text{f) } \int_1^4 \sqrt{x} dx & \text{g) } \int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx \end{array}$$

2. Berechne

$$\text{a) } \int_{-1}^2 \left(\frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + \frac{1}{4}x\right) dx \quad \text{b) } \int_0^{\pi} (x - \sin x) dx \quad \text{c) } \int_{-1}^2 \left(2x^3 - \frac{1}{x^3}\right) dx$$

3. Vereinfache

$$\text{a) } \int_1^a \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{5}x^2\right) dx \quad \text{b) } \int_a^{-1} (2x^3 - x) dx \quad \text{c) } \int_{-a}^a \left(2x^3 - \frac{1}{x^3}\right) dx$$

4. Gegeben ist die Funktion $f : x \rightarrow -\frac{1}{4}x^3 + x^2$ mit dem Graphen G und

die Gerade $g : y = 4 - x$.

a) Diskutieren Sie f und zeichnen Sie G und die Gerade g in ein gemeinsames Koordinatensystem.

b) Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche \mathfrak{A} den G mit der x -Achse einschließt.

c) Der Graph G schließt mit der Geraden g eine Fläche \mathfrak{B} ein. Bestimmen Sie ihren Inhalt.

d) Der Graph G, die Gerade g und die y -Achse schließen eine im 1. Quadranten gelegene Fläche \mathfrak{C} ein. Bestimmen Sie den Inhalt dieses Flächenstücks.

e) Bestimmen Sie Gleichung der Tangente t an G im Punkt $P\left(2; y_p\right)$ und das Verhältnis, in dem t das Flächenstück \mathfrak{C} teilt.
