**Aufgabenblatt 1 : Das bestimmte Integral**

================================================================================

1. Gegeben ist die Funktion $f: x \to 2x+1,\ D = \mathbb{R}$.

   a) Schätze $\int_2^6 f(x)dx$ durch die Untersumme U(4) und Obersumme O(4) nach unten und oben ab.

   Um wieviel Prozent weichen U(4) und O(4) vom Integralwert ab ?

   b) Verbessere die Abschätzung durch ***Intervallhalbierung*** d.h. bestimme U(8) und O(8).

---

2. Gegeben ist die Funktion $f: x \to x^2$. Schätze $\int_0^3 f(x)dx$ durch U(3) und O(3) nach unten und oben ab.

---

3. Gegeben ist die Funktion $f: x \to -x^2+4$.

   Schätze den Inhalt der Fläche, den $G_f$ mit der x-Achse einschließt, durch U(4) und O(4) nach unten und oben ab.

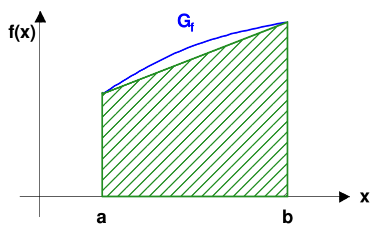
---

4. Gegeben ist $f: x \to x^2$. Unterteile [0;4] in vier Intervalle und schätze $\int_0^4 f(x)dx$ durch die Fläche von vier über diesen Intervallen errichteten Rechtecken, deren Höhe gleich dem Funktionswert von f an der Intervallmitte ist, ab. Vergleiche mit U(4) und O(4) und dem exakten Wert.

---

5. ***Trapezregel***

   Bei der Trapezregel nähert man $\int_a^b f(x)\,dx$ durch das Tapez mit den zu a und b gehörendenen Ordinaten an.




   Also $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{1}{2}\left[f(a)+f(b)\right]\cdot(b-a)$

   Größere Genauigkeit erzielt man, wenn man das Intervall [a;b] in n gleich große Teilintervall unterteilt und auf jedes einzelne Teilintervall die Trapezregel anwendet (verallgemeinerte Trapezregel).

   Schätze $\int_0^4 \sqrt{x}dx$ mit der verallgemeinerten Trapezregel. Unterteile dazu das Integrationsintervall in vier Teile.

---

6. Gegeben ist die Funktion $f: x \to \frac{1}{4}x^3+x,\ D = \mathbb{R}$. Bestimme die kleinste natürliche Zahl n so, dass die zum Intervall [1;2] gehörende Untersumme U(n) und Obersumme O(n) um weniger als 0,01 voneinander abweichen.

---