| 3 Gegenseitige Lage von Geraden | S. 125 |
|---|---|

### *4 Schneiden von Geraden*

a) g: $\vec{X} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ und h: $\vec{X} = \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$ mit $S\left(-\frac{1}{3} \mid -\frac{2}{3}\right)$

b) g: $\vec{X} = \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ und h: $\vec{X} = \begin{pmatrix}3\\-2\\4\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix}$ mit $S\left(3 \mid -2 \mid 4\right)$

c) g: $\vec{X} = \begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$ und h: $\vec{X} = \begin{pmatrix}11\\6\\-1\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}$ mit $S\left(5 \mid 4 \mid -3\right)$

---

### *5 Lagebeziehung von Geraden*

a) g: $\vec{X} = \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ und h: $\vec{X} = \begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$ sind echt parallel.

b) g: $\vec{X} = \begin{pmatrix}2\\7\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ und h: $\vec{X} = \begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ schneiden sich in $S\left(0 \mid 5\right)$

c) g: $\vec{X} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$ und h: $\vec{X} = \begin{pmatrix}3\\3\\1\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}-1\\-0,5\\1\end{pmatrix}$ sind identische Geraden.

---

### *6 Gegenseitige Lagebeziehung*

a) g: $\vec{X} = \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}$ und h: $\vec{X} = \begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$ sind zueinander widschief.

b) g: $\vec{X} = \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ und h: $\vec{X} = \begin{pmatrix}3\\-2\\4\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix}$ schneiden sich in $S\left(3 \mid -2 \mid 4\right)$.

c) g: $\vec{X} = \begin{pmatrix}1\\0\\0,5\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}6\\4\\1\end{pmatrix}$ und h: $\vec{X} = \begin{pmatrix}8\\6\\2\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}3\\2\\0,5\end{pmatrix}$ sind identische Geraden.

---

### *7 Aussagen*

g: $\overrightarrow{X} = \overrightarrow{A} + \lambda \cdot \overrightarrow{u}$ und h: $\overrightarrow{X} = \overrightarrow{B} + \mu \cdot \overrightarrow{v}$

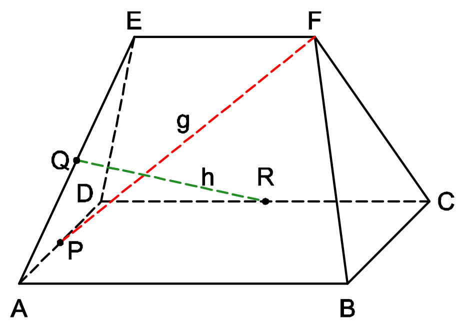
a) Falsche Aussage, da sich die beiden Geraden auch schneiden können.

b) Wenn sich g und h ***echt*** schneiden, dann sind $\overrightarrow{u}$ und $\overrightarrow{v}$ linear unabhängig.

c) Nachbargeschwätz!

---

### *8 Körper*




$A(0\,|\,0\,|\,0)$, $B(0\,|\,8\,|\,0)$, $C(-6\,|\,8\,|\,0)$, $D(-6\,|\,0\,|\,0)$, $E(-3\,|\,1\,|\,5)$ und $F(-3\,|\,6\,|\,5)$

Es ergibt sich $P(-3\,|\,0\,|\,0)$, $Q(-1{,}5\,|\,0{,}5\,|\,2{,}5)$ und $R(-6\,|\,4\,|\,0)$

g: $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$ und h: $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix}$

Die Geraden sind windschief zueinander.

---

### *9 Projektionen*

g: $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und h: $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

a) g': $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda' \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und h': $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu' \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ sind identisch.

b) g und h liegen in einer Ebene senkrecht zur $x_1x_2$-Koordinatenebene und können sich entweder schneiden oder parallel zueinander sein.

g und h schneiden sich in $S(5 \mid 1 \mid -1)$

c) h'': $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ \mathbf{-4} \end{pmatrix}$

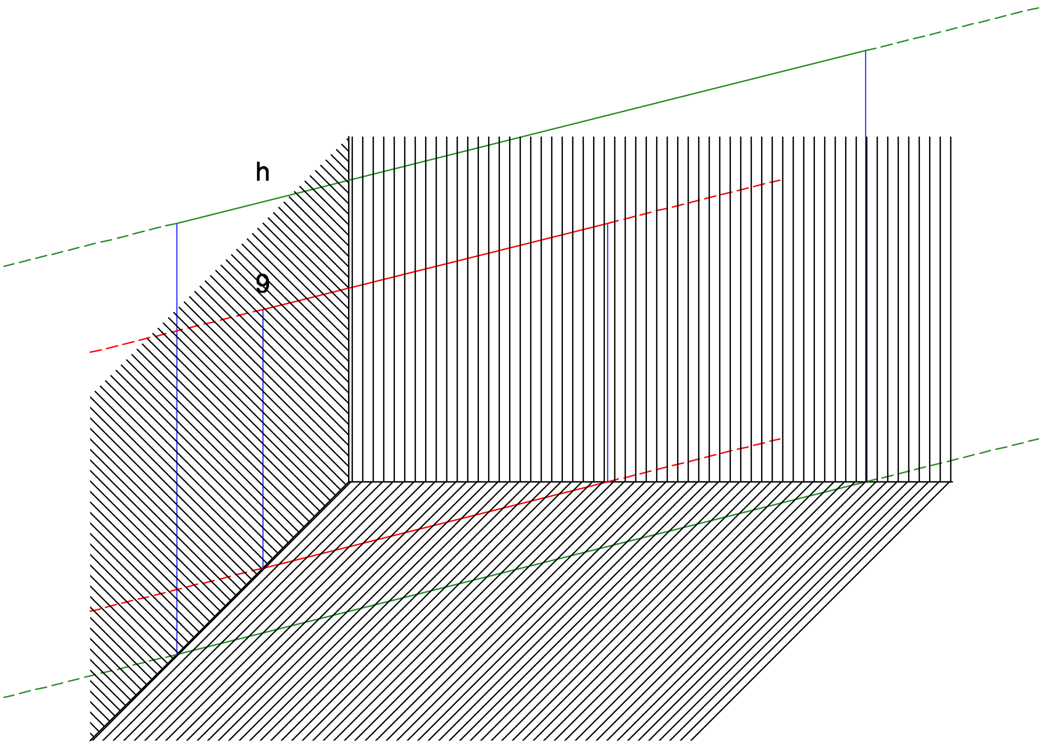
---

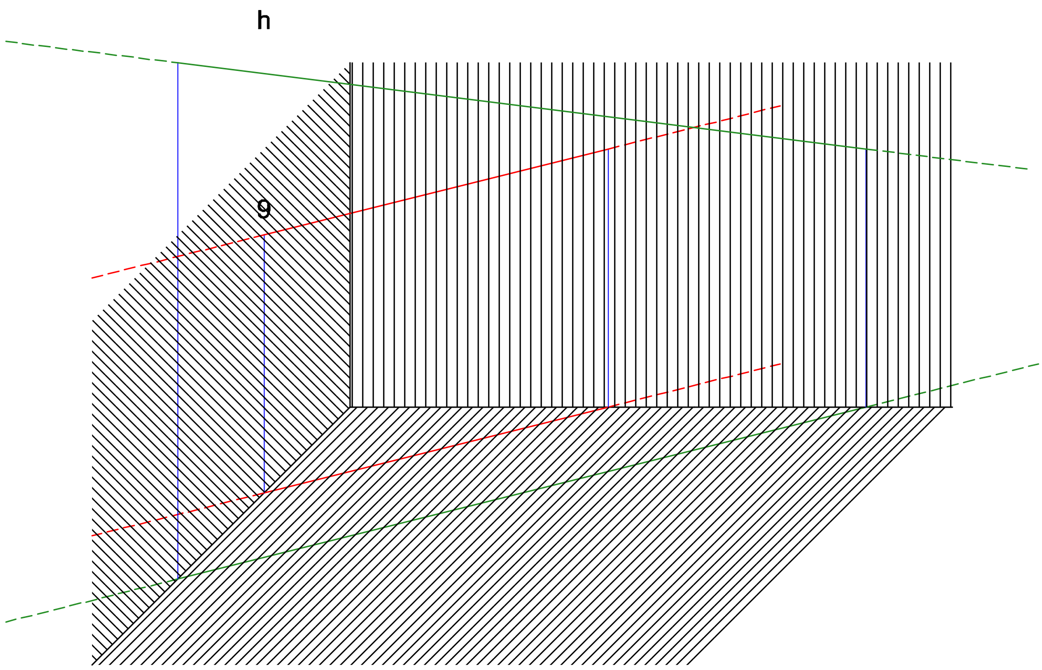
***10 Projektionen***

$A(2 \mid 0 \mid 0)$ und $B(0 \mid 3 \mid 0)$ sowie $C(4 \mid 0 \mid 0)$

a) g': $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ und h': $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) g und h sind entweder windschief zueinander oder zueinander parallel.






---

## *11 Lot von einem Punkt auf eine Gerade*

$P(-6 \mid -5 \mid 1)$ und g: $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

1. Verbindungsvektor

$$\overrightarrow{PX} = \begin{pmatrix} 8+\lambda \\ 6+2\lambda \\ 1-2\lambda \end{pmatrix}$$

2. Orthogonalitätsbedingung

$$\overrightarrow{PX} \cdot \overrightarrow{v} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} 8+\lambda \\ 6+2\lambda \\ 1-2\lambda \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = -2 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{PX} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

3. Lotgerade

$$g_{\perp}: \overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} -6 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

---

## *12 Parallele und Lot*

$A\left(1\,|\,2\,|\,1\right)$ und $B\left(7\,|\,0\,|\,4\right)$ und damit AB: $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}6\\-2\\3\end{pmatrix}$

Gerade durch $P\left(16\,|\,1\,|\,3\right)$ parallel zu AB:

$$\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix}16\\1\\3\end{pmatrix} + \sigma\cdot\begin{pmatrix}6\\-2\\3\end{pmatrix}$$

Gerade durch $P\left(16\,|\,1\,|\,3\right)$ parallel zu AB:

$$\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix}16\\1\\3\end{pmatrix} + \sigma\cdot\begin{pmatrix}6\\-2\\3\end{pmatrix}$$

Mit $\overrightarrow{PX} = \begin{pmatrix}-15+6\lambda\\1-2\lambda\\-2+3\lambda\end{pmatrix}$ ergibt sich $\overrightarrow{PX}\cdot\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix}-15+6\lambda\\1-2\lambda\\-2+3\lambda\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}6\\-2\\3\end{pmatrix} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \lambda = 2.$

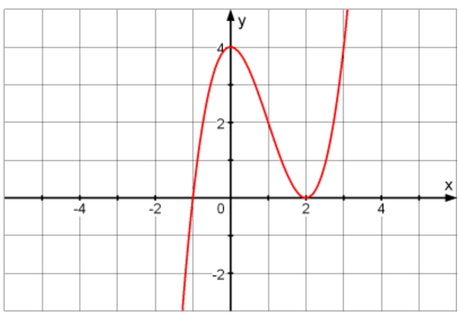
Gerade durch $P\left(16\,|\,1\,|\,3\right)$ senkrecht zu AB:

$$\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix}16\\1\\3\end{pmatrix} + \sigma\cdot\begin{pmatrix}-3\\-3\\4\end{pmatrix}$$

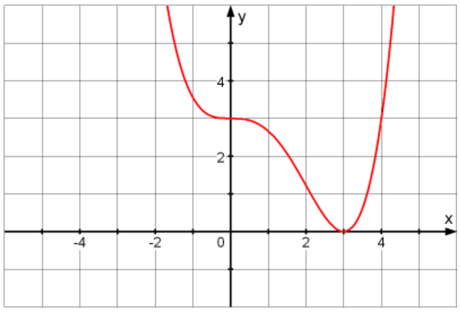
---

***G 13 Kurvendiskussion***

a)




b)




---

***G 14 Prozentrechnen***

$$\frac{5}{4}\cdot x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}8$$

Das Geschäft kann 20% Rabatt anbieten.

---