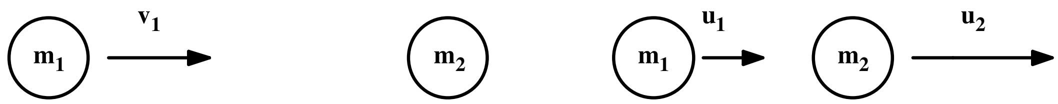
Impulserhaltung

1.



Eine Kugel mit $m_1 = 100$ g stößt mit der $v_1 = 0{,}9\ \frac{m}{s}$ auf eine ruhende Kugel der Masse $m_2 = 60$ g, die sich nach dem Stoß mit der $u_2 = 1{,}0\ \frac{m}{s}$ nach rechts bewegt.

a) Berechne die Geschwindigkeit der anderen Kugel nach dem Stoß und gib ihre Bewegungsrichtung an.

b) Überprüfe, ob bei dem Stoß kinetische Energie verloren geht.

---

2. Eine Kugel mit $m_1 = 100$ g stößt mit der $v_1 = 0{,}6\ \frac{m}{s}$ auf eine ruhende Kugel der Masse $m_2 = 400$ g, die sich nach dem Stoß mit der $u_2 = 0{,}2\ \frac{m}{s}$ nach rechts bewegt.

a) Berechne die Geschwindigkeit der anderen Kugel nach dem Stoß und gib ihre Bewegungsrichtung an.

b) Überprüfe, ob bei dem Stoß kinetische Energie verloren geht.

---

3. Eine Kugel der Masse $m_1 = 100$ g bewegt sich mit $1{,}2\ \frac{m}{s}$ auf einee 300 g schwere Kugel zu, die sich mit $1{,}6\ \frac{m}{s}$ nach links bewegt. Nach dem Stoß bewegt sich diese Kugel mit $0{,}4\ \frac{m}{s}$ nach links bewegt.

Berechne, mit welcher Geschwindigkeit und in welche Richtung sich die andere Kugel bewegt.

4.

Zwei Kugeln mit den Massen $m_1 = 0{,}20$ kg und $m_2 = 0{,}30$ kg bewegen sich mit $v_1 = 2{,}0\ \frac{m}{s}$ bzw. $v_1 = 0{,}50\ \frac{m}{s}$ aufeinander zu, stoßen zusammen und bleiben aneinander haften.

Mit welcher Geschwindigkeit bewegen sie sich dann ?

Aufgabe 1

a) Gegeben: $m_1 = 0{,}1$ kg und $v_1 = 0{,}9\ \frac{m}{s}$

sowie $m_2 = 0{,}06$ kg und $v_2 = 0\ \frac{m}{s}$ sowie $u_2 = 1{,}0\ \frac{m}{s}$

Gesucht: u_1

Impulserhaltung: $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2 \quad \Rightarrow \quad m_1v_1 + m_2v_2 - m_2u_2 = m_1u_1 \quad \Rightarrow$

$$\frac{m_1v_1 + m_2v_2 - m_2u_2}{m_1} = u_1 \qquad \frac{0{,}1\ \text{kg} \cdot 0{,}9\ \frac{m}{s} + 0{,}06\ \text{kg} \cdot 0\ \frac{m}{s} - 0{,}06\ \text{kg} \cdot 1\ \frac{m}{s}}{0{,}1\ \text{kg}} = 0{,}3\ \frac{m}{s}$$

b) Gesucht: ΔE

Energie vor dem Stoß:

$$E_{vorher} = \frac{1}{2}m_1 \cdot {v_1}^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot {v_2}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1\ \text{kg} \cdot \left(0{,}9\ \frac{m}{s}\right)^2 = 0{,}405\ \text{J}$$

Energie vor dem Stoß:

$$E_{nachher} = \frac{1}{2}m_1 \cdot {u_1}^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot {u_2}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1\ \text{kg} \cdot \left(0{,}3\ \frac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}06 \cdot \left(1\ \frac{m}{s}\right)^2 = 0{,}0305\ \text{J}$$

$\Delta E = E_{vorher} - E_{nachher} = 0{,}006$ J

Der Stoß führt zum Verlust kinetischer Energie.

Aufgabe 2

a) Gegeben: $m_1 = 0{,}1$ kg und $v_1 = 0{,}6\ \frac{m}{s}$

sowie $m_2 = 0{,}4$ kg und $v_2 = 0\ \frac{m}{s}$ sowie $u_2 = 0{,}2\ \frac{m}{s}$

Gesucht: u_1

Impulserhaltung: $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2 \quad \Rightarrow \quad m_1v_1 + m_2v_2 - m_2u_2 = m_1u_1 \quad \Rightarrow$

$$\frac{m_1v_1 + m_2v_2 - m_2u_2}{m_1} = u_1 \qquad \frac{0{,}1\ \text{kg} \cdot 0{,}6\ \frac{m}{s} + 0{,}4\ \text{kg} \cdot 0\ \frac{m}{s} - 0{,}4\ \text{kg} \cdot 0{,}2\ \frac{m}{s}}{0{,}1\ \text{kg}} = -0{,}2\ \frac{m}{s}$$

Die Kugel mit der Masse m_1 bewegt sich nach dem Stoß nach links.

b) Gesucht: ΔE

Energie vor dem Stoß:

$$E_{vorher} = \frac{1}{2}m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1\ \text{kg} \cdot \left(0{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 0{,}018\ \text{J}$$

Energie vor dem Stoß:

$$E_{nachher} = \frac{1}{2}m_1 \cdot u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot u_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1\ \text{kg} \cdot \left(-0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot \left(0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 0{,}01\ \text{J}$$

$$\Delta E = E_{vorher} - E_{nachher} = 0{,}008\ \text{J}$$

Der Stoß führt zum Verlust kinetischer Energie.

Aufgabe 3

Gegeben: $m_1 = 0{,}1$ kg und $v_1 = 1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sowie $m_2 = 0{,}3$ kg und $v_2 = -1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und

$u_2 = -0{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Gesucht: u_1

Impulserhaltung: $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2 \quad \Rightarrow \quad m_1v_1 + m_2v_2 - m_2u_2 = m_1u_1 \quad \Rightarrow$

$$\frac{m_1v_1 + m_2v_2 - m_2u_2}{m_1} = u_1 \qquad \frac{0{,}1\ \text{kg} \cdot 1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0{,}3\ \text{kg} \cdot (-1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}) - 0{,}3\ \text{kg} \cdot (-0{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}})}{0{,}1\ \text{kg}} = -2{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Aufgabe 4

Gegeben: $m_1 = 0{,}2$ kg und $v_1 = 2{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sowie $m_2 = 0{,}3$ kg und $v_2 = -0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und

Gesucht: u_1

Impulserhaltung: $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u \quad \Rightarrow \quad \dfrac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} = u$

$$u = \frac{0{,}2\ \text{kg} \cdot 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0{,}3\ \text{kg} \cdot (-0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}})}{0{,}5\ \text{kg}} = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Keplerschen Gesetze

==

1. Ein Asteroid bewegt sich näherungsweise auf einer Kreisbahn in 2,0 AE Abstand um die Sonne. Berechne die Umlaufszeit des Asteroiden ?

----

2. Der Mond umrundet die Erde in 27,3 Tagen in einem mittleren Abstand von $384{,}4 \cdot 10^3$ km

   Berechnen Sie mit diesen Angaben den Abstand, den ein geostationärer Satellit von der Erdoberfläche haben muss.

   Erdradius : $R_E = 6{,}4 \cdot 10^3$ km

----

3. Der Planet Jupiter benötigt auf seiner Bahn um die Sonne für einen vollständigen Umlauf 11 Jahre und 315 Tage.

   Berechnen Sie die große Bahnhalbachse des Jupiters in km $\left(1\ \text{AE} = 149{,}6 \cdot 10^6\ \text{km}\right)$.

Die Keplerschen Gesetze

==

Aufgabe 1

	Asteroid	Erde
große Halbache	$a_1 = 2$ AE	$a_2 = 1$ AE
Umlaufszeit	T_1	$T_2 = 1$ a

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \Rightarrow T_1^2 = T_2^2 \cdot \frac{a_1^3}{a_2^3} \Rightarrow T_1 = T_2 \cdot \sqrt{\frac{a_1^3}{a_2^3}} \Rightarrow T_1 = 1\ \text{a} \cdot \sqrt{\frac{(2\ \text{AE})^3}{(1\text{AE})^3}} = 2{,}82\ \text{a}$$

Aufgabe 2

	Satellit	Mond
mittlerer Bahnradius	a_1	$a_2 = 384400$ km
Umlaufszeit	$T_1 = 1$ d	$T_2 = 27{,}3$ d

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \Rightarrow a_1 = a_2 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1^2}{T_2^2}} = a_2 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2}$$

$$a_1 = 384400\ \text{km} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1}{27{,}3}\right)^2} = 42398\ \text{km}$$

$$h = 42398\ \text{km} - 6400\ \text{km} = 36 \cdot 10^3\ \text{km}$$

Aufgabe 3

		Erde
große Halbache	a_1	$a_2 = 1\ \text{AE}$
Umlaufszeit	$T_1 = 11{,}863\ \text{a}$	$T_2 = 1\ \text{a}$

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \quad \Rightarrow \quad a_1 = a_2 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1^2}{T_2^2}} = a_2 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2}$$

$$a_1 = 1\ \text{AE} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{11{,}863\ \text{a}}{1\ \text{a}}\right)^2} = 5{,}2\ \text{AE} = 7{,}78 \cdot 10^8\ \text{km}$$

Kinematik

===

1. Ein Motorradfahrer kann mit einer Verzögerung von $-3{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ bremsen.

   Er kommt aus hoher Geschwindigkeit nach 8,8 s zum Stillstand. Man berechne die Geschwindigkeit vor dem Bremsen und den Bremsweg !

---

2. Ein Autofahrer, der mit 108 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ fährt, sieht vor sich ein Hindernis auf der Fahrbahn und vollzieht eine Vollbremsung, ohne jedoch einen Aufprall mit 18 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ verhindern zu können, der 3,0 s nach Bremsbeginn geschieht.

   Um welche Strecke war der zur Verfügung stehende Bremsweg zu kurz ?

Aufgabe 1

Gegeben: $a = -3{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und $t = 8{,}8\ \text{s}$

Gesucht: v_0, x

$$v = v_0 + a \cdot t \quad \Rightarrow \quad 0 = v_0 + a \cdot t \quad \Rightarrow \quad v_0 = -a \cdot t \quad \Rightarrow \quad v_0 = -3{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8{,}8\ \text{s} = 29\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad \Rightarrow \quad x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \qquad x = \frac{\left(0\ \frac{m}{s}\right)^2 - \left(29\ \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot (-3{,}3\ \frac{m}{s^2})} = 127\ m$$

Aufgabe 2

Gegeben: $v_1 = 108\ \frac{km}{h} = 30\ \frac{m}{s}$ und $v_2 = 18\ \frac{km}{h} = 5\ \frac{m}{s}$ sowie $\Delta t = 3\ s$

Gesucht: Δx

Berechnung der Beschleunigung: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad a = \frac{25\ \frac{m}{s}}{3\ s} = 8{,}3\ \frac{m}{s}$

Bremsweg 1 : $v_2^2 - v_1^2 = 2ax_1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} \qquad x_1 = \frac{\left(5\ \frac{m}{s}\right)^2 - \left(30\ \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 8{,}3\frac{m}{s^2}} = 52{,}7\ m$

Bremsweg 21 : $0 - v_1^2 = 2ax_2 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{-v_1^2}{2a} \qquad x_1 = \frac{-\left(30\ \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot (-8{,}3\frac{m}{s^2})} = 54{,}2\ m$

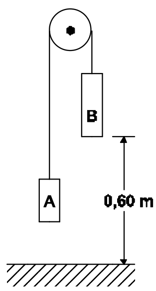
Der Bremsweg war um 1,3 m zu kurz.

Dynamik

===

1. Der Körper A hat eine Masse von 0,20 kg und der Körper B eine von 0,30 kg

   Mit welcher Geschwindigkeit bewegen sich beide Körper, wenn B auf dem Boden aufsetzt ?

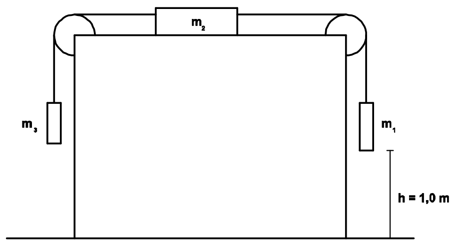


---

2. Der Körper 2 wird zuerst gehalten und dann losgelassen.

   Wann trifft m_1 auf dem Boden auf ?

   ($m_1 = 1{,}0$ kg, $m_2 = 0{,}8$ kg, $m_3 = 0{,}6$ kg)



Aufgabe 1

Gegeben: $m_A = 0{,}20$ kg und $m_B = 0{,}30$ kg

Gesucht: v

$$(m_A + m_B)\cdot a = m_B\cdot g - m_A\cdot g \quad \Rightarrow \quad a = \frac{(m_B - m_A)\cdot g}{m_B + m_A} \qquad a = \frac{0{,}1\text{ kg}}{0{,}5\text{ kg}} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1{,}96\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v^2 = 2ax \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}6\text{ m}} = 3{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Aufgabe 2

Gegeben: $m_1 = 1{,}0$ kg, $m_2 = 0{,}8$ kg und $m_3 = 0{,}6$ kg sowie $h = 1{,}0$ m

Gesucht: t

Beschleuigende Kraft: $F = m_1\cdot g - m_3\cdot g = (m_1 - m_3)\cdot g$

Beschleunigte Masse: $m = m_1 + m_2 + m_3$

$$(m_1 + m_2 + m_3)\cdot a = (m_1 - m_2)\cdot g \quad \Rightarrow \quad a = \frac{(m_1 - m_2)\cdot g}{m_1 + m_2 + m_3} \qquad a = \frac{0{,}4\text{ kg}}{2{,}4\text{ kg}}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1{,}64\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{1}{2}a\cdot t^2 = h \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{a}} \qquad t = \sqrt{\frac{2\text{ m}}{1{,}63\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1{,}1\text{ s}$$

Freier Fall und senkrechter Wurf nach onben

1. Max steht am Rand einer Brücke. Zum darunter fließenden Fluss sind es 75 m. Er wirft einen Stein mit der Geschwindigkeit $v = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ senkrecht so nach oben, dass er beim Herunterfallen knapp neben der Brücke in den Fluß fällt.

   a) Berechnen Sie die Höhe des Umkehrpunktes über der Brücke, den Zeitpunkt der Umkehr, den Zeitpunkt nach dem Aufschlagen auf dem Wasser und die Aufschlagge schwindigkeit des Steines auf dem Wasser.

   b) In welcher Höhe befindet sich der Stein 2,5 s nach dem Abwurf?

Aufgabe 1

Man zerlegt die Bewegung in einen senkrechten Wurf nach oben und einen freien Fall nach Erreichen des Umkehrpunkts.

Gegeben: $h_1 = 75\text{ m}$ und $v_0 = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

a) **Gesucht:** h_2 Höhe des Umkehrpunkts von der Brücke aus gerechnet

t_1 Zeit nach dem Abwurf, zu der der Umkehrpunkt erreicht wird

t_2 Zeit nach dem Abwurf, zu der der Stein aufschlägt

v Auftreffgeschwindigkeit

$$0 = v_0 - g \cdot t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{v_0}{g} \quad t_1 = 1{,}0\text{ s}$$

$$h_2 = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 \quad \Rightarrow \quad h_2 = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1{,}0\text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1{,}0\text{ s})^2 = 5{,}1\text{ m}$$

Ab dann freier Fall aus $h = 80{,}1\text{ m}$.

$$\frac{1}{2} g \cdot t^2 = h \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot 80{,}1\text{ m}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 4{,}0\text{ s} \quad \Rightarrow \quad t_2 = 5{,}0\text{ s}$$

$$v = g \cdot t \quad v = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\text{ s} = 39{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) **Gesucht :** h_3

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad h = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1{,}5\text{ s})^2 = 11\text{ m}$$

Der Stein befindet sich 69,1 m über dem Fluss.

Energierhaltung

==

1. Neben einer Garage experimentiert Max mit einem Katapult.

   Er spannt die Feder $D = 13\ \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ des Katapults des am Boden stehenden Katapults um 12 cm und schießt eine 35 g schwere Kugel senkrecht nach oben.

   Beim Herunterfallen landet die Kugel auf dem 2,5 m hohen Garagendach.

   Mit welcher Geschwindigkeit schlägt die Kugel auf dem Dach auf?

Aufgabe 1

Gegeben: $D = 13\ \frac{N}{cm} = 1300\ \frac{N}{m}$, $x = 12\ cm = 0{,}12\ m$, $m = 0{,}035\ kg$ und $h = 2{,}5\ m$

Gesucht: v

Spannergie verwandelt sich in kinetische und potentielle Energie.

$$\frac{1}{2}D\cdot x^2 = mgh + \frac{1}{2}m\cdot v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}D\cdot x^2 - mgh}{\frac{1}{2}m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}\cdot 1300\ \frac{N}{m}\cdot(0{,}12\ m)^2 - 0{,}035\ kg\cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}\cdot 2{,}5\ m}{\frac{1}{2}\cdot 0{,}035\ kg}} = 22\ \frac{m}{s}$$
