

## Übungen

---

---

1. Gib die Wachstumsrate  $p\%$  oder den Wachstumsfaktor  $q$  an.

Wachstumsrate $p\%$	15%	-7%	2,5%			
Wachstumsfaktor $q$				1,05	0,80	0,97

---

2. Innerhalb von 7 Jahren hat sich in einem Waldgebiet die Anzahl der Kaninchen durch exponentielles Wachstum verdoppelt.

a) Mit welchem Faktor erfolgt das Wachstum jährlich?

b) Gib die jährliche Zunahme in Prozent an.

---

3. Im Jahre 2000 lebten in Ungarn ca. 10 Millionen Menschen. Ungarn ist eines der wenigen Länder mit einer Abnahme seiner Bevölkerung, jährlich um 0,5%.

Wenn das so bleibt, in wie vielen Jahren werden es erstmals weniger als 9 Millionen sein ?

---

4. Ein radioaktives Präparat zerfällt so, dass seine Menge stündlich um 8,3 % abnimmt.

a) Nach wie vielen ganzen Stunden ist erstmals weniger als 1 Zehntel der Anfangsmenge vorhanden ?

b) Berechne die Halbwertszeit des Präparats.

---

5. 1986 wurde beim Reaktorunfall in Tschernobyl unter anderem Strontium 90 mit 28,8 Jahren Halbwertszeit freigesetzt.

a) Bestimme den jährlichen Zerfallsfaktor.

b) Welcher Bruchteil der Anfangsmenge war 1996 noch vorhanden ?

---

6. Bestimme die Lösungen

a)  $2^{3x} = 5$

b)  $2^{3x-2} = 7$

c)  $2^{2x-2} = 5^{x-1}$

d)  $\frac{1}{3^x} = 4$

e)  $20^{\frac{1}{x}} = 5$

f)  $3^{x-1} \cdot 2^{2x} = 5^{3x+1}$

---

7. Bestimme die Lösungen

a)  $2^{x-1} \cdot 5^{2x-1} = 3^{1-x}$

b)  $5^x + 6^x = 6^{x+1}$

c)  $2^{x+1} - 3^x = 3^{x-1} - 2^x$

d)  $4^{x-1} - 9^x = 3^{2x-1} - 2^{2x+1}$

e)  $2^2 \cdot 5^x - 2^{2x} = 2^{2x+2}$

f)  $2^{4x} + 2^{4x+5} = 99$

---

8. Bestimmen Sie Definitions- und Lösungsmenge in  $G = \mathbb{R}$

a)  $\log(x-5) = -2$

b)  $\log(3x-2) = 1$

c)  $\log(2x) + \log 4 = 3$

d)  $\log(7x+9) - \log x = 1$

e)  $2\log x - \log(4x-3) = 2$

f)  $\log x + \log(x+2) - \log 3 = 0$

---

9. Berechnen Sie exakt, ohne die Winkel mit dem Taschenrechner zu bestimmen,

die fehlenden Funktionswerte  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$   $\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$  aus:

i)  $\cos x = 0,8$    ii)  $\sin x = \frac{12}{13}$    iii)  $\tan x = 0,5$

---

10. Bestimmen Sie die Lösungen  $(0 \leq x \leq 2\pi)$

a)  $2\cos^2 x - 7\cos x + 3 = 0$

b)  $\sin^2 x - 3\cos^2 x = 0$

c)  $\sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$

d)  $\cos x - \sin x = 1$

---

11. Vereinfache

a)  $\cos^2 x + \cos^2 x \cdot \tan^2 x$

b)  $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$

c)  $\frac{1}{1 - \sin x} - \frac{\tan x}{\cos x}$

d)  $\frac{1}{1 + \sin x} + \frac{1}{1 - \sin x}$

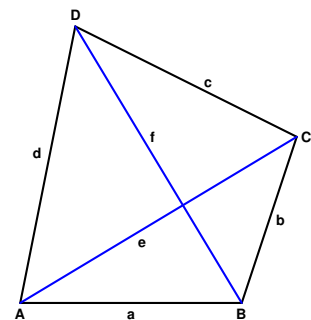
---

12. Bei den folgenden drei Vierecken sind die fehlenden Seiten, Diagonalen und Winkel zu berechnen:

a)  $a = 8,14$ ,  $e = 8,43$ ,  $\alpha = 75^\circ$ ,  $\beta = 67,5^\circ$  und  $\gamma = 108,7^\circ$ .

b)  $a = 47,1$ ,  $b = 52,3$ ,  $\alpha = 117,8^\circ$ ,  $\beta = 85,2^\circ$  und  $\gamma = 98,5^\circ$ .

c)  $a = 8,4$ ,  $d = 3,7$ ,  $e = 6,8$ ,  $\alpha = 125^\circ$  und  $\angle(b, e) = 58^\circ$ .



## Lösungen

---

---

1.

Wachstumsrate p%	15%	-7%	2,5%	5%	-20%	-3%
Wachstumsfaktor q	1,15	0,93	1,025	1,05	0,80	0,97

---

2. a) Ansatz :  $K(x) = K_0 \cdot a^x$

$$\text{Bedingung : } K(7) = 2 \cdot K_0 = K_0 \cdot a^7 \Rightarrow a^7 = 2 \Rightarrow a = \sqrt[7]{2} \approx 1,10$$

b) Die jährliche Zunahme beträgt 10%

---

3. Ansatz :  $K(x) = K_0 \cdot a^x = 10^7 \cdot 0,995^x$

$$\text{Gleichung : } 9 \cdot 10^6 = 10^7 \cdot 0,995^x \Rightarrow 0,995^x = 0,9 \Rightarrow x = \frac{\log 0,9}{\log 0,995} \approx 21$$

---

4. a) Ansatz :  $K(x) = K_0 \cdot a^x = K_0 \cdot 0,917^x$

$$\text{Gleichung : } 0,1 \cdot K_0 = K_0 \cdot 0,9^x \Rightarrow 0,917^x = 0,1 \Rightarrow x = \frac{\log 0,1}{\log 0,917} \approx 26,6$$

$$\text{b) } K(x) = 0,5 K_0 \cdot a^x = K_0 \cdot 0,917^x \Rightarrow 0,917^x = 0,5 \Rightarrow x = \frac{\log 0,5}{\log 0,917} \approx 8$$

---

5. a) Ansatz :  $K(x) = K_0 \cdot a^x$

$$\text{Gleichung : } 0,5 \cdot K_0 = K_0 \cdot a^{28,8} \Rightarrow a^{28,8} = 0,5 \Rightarrow a = 0,5^{\frac{10}{288}} \approx 0,976$$

$$\text{b) } K(10) = K_0 \cdot 0,976^{10} \approx 0,78 K_0$$

---

$$\text{6. a) } 2^{3x} = 5 \Rightarrow x = \frac{\log 5}{3 \cdot \log 2}$$

$$\text{b) } 2^{3x-2} = 7 \Rightarrow x = \frac{\frac{\log 7}{\log 2} + 2}{3}$$

$$\text{c) } 2^{2x-2} = 5^{x-1} \Rightarrow x = 1$$

$$\text{d) } \frac{1}{3^x} = 4 \Rightarrow x = -\frac{\log 4}{\log 3}$$

$$\text{e) } 20^{\frac{1}{x}} = 5 \Rightarrow x = \frac{\log 20}{\log 5}$$

$$\text{f) } 3^{x-1} \cdot 2^{2x} = 5^{3x+1} \Rightarrow x = \frac{\log 15}{\log \frac{125}{12}}$$

---

7. Bestimme die Lösungen

$$\text{a) } 2^{x-1} \cdot 5^{2x-1} = 3^{1-x} \Rightarrow x = \frac{\log 30}{\log 150}$$

$$\text{b) } 5^x + 6^x = 6^{x+1} \Rightarrow x = \frac{\log 5}{\log 6}$$

$$\text{c) } 2^{x+1} - 3^x = 3^{x-1} - 2^x \Rightarrow x = 2$$

$$\text{d) } 4^{x-1} - 9^x = 3^{2x-1} - 2^{2x+1} \Rightarrow x = \frac{\log \frac{27}{16}}{2 \log \frac{3}{2}}$$

$$\text{e) } 2^2 \cdot 5^x - 2^{2x} = 2^{2x+2} \Rightarrow x = 1 \quad \text{f) } 2^{4x} + 2^{4x+5} = 99 \Rightarrow x = \frac{\log 3}{4 \cdot \log 2}$$

---

8. Bestimmen Sie Definitions- und Lösungsmenge in  $G = \mathbb{R}$

$$\text{a) } \log(x-5) = -2 \Rightarrow x = 5,01 \quad \text{b) } \log(3x-2) = 1 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{c) } \log(2x) + \log 4 = 3 \Rightarrow x = 125 \quad \text{d) } \log(7x+9) - \log x = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{e) } 2 \log x - \log(4x-3) = 2 \Rightarrow x = 200 - 10\sqrt{397} \vee x = 200 + 10\sqrt{397}$$

$$\text{f) } \log x + \log(x+2) - \log 3 = 0 \Rightarrow x = 1$$

---

9. i)  $\cos x = 0,8 \Rightarrow \sin x = 0,6 \Rightarrow \tan x = \frac{3}{4}$

$$\text{ii) } \sin x = \frac{12}{13} \Rightarrow \cos x = \frac{5}{13} \Rightarrow \tan x = \frac{12}{5}$$

$$\text{iii) } \tan x = 0,5 \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \cos x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

---

10. a)  $2\cos^2 x - 7\cos x + 3 = 0$

Substitution :  $u := \cos x$

$$2u^2 - 7u + 3 = 0 \Rightarrow u = \frac{1}{2} \vee u = 3$$

$$\text{Resubstitution : } \cos x = \frac{1}{2} \vee \cos x = 3 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \vee x = \frac{5\pi}{3}$$

$$\text{b) } \sin^2 x - 3\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 1 - \cos^2 - 3\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}\sqrt{2} \vee \cos x = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \vee x = \frac{3\pi}{4} \vee x = \frac{5\pi}{4} \vee x = \frac{7\pi}{4}$$

$$\text{c) } \sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x} \Rightarrow \cos x \cdot \sin x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x \cdot \sin x = 1 - \cos^2 x$$

$$\cos x \cdot \sin x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x \cdot (\cos x - \sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = 0 \vee \left( \cos x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 1 \right)$$

$$\text{Einsetzen ergibt nur die Lösungen } x = 0 \vee x = \pi \vee x = \frac{\pi}{4} \vee x = \frac{7\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pi \vee x = 2\pi \vee x = \frac{\pi}{4} \vee x = \frac{5\pi}{4}$$

$$\text{d) } \cos x - \sin x = 1 \Rightarrow \sqrt{1 - \sin^2 x} - \sin x = 1 \Rightarrow \sqrt{1 - \sin^2 x} = 1 + \sin x$$

$$\Rightarrow 1 - \sin^2 x = (1 + \sin x)^2 \Rightarrow 1 - \sin x = 1 + \sin x \Rightarrow \sin x = 0$$

$$x = 0 \vee x = \pi \vee x = 2\pi$$

## 11. Vereinfache

$$\text{a) } \cos^2 x + \cos^2 x \cdot \tan^2 x = \cos^2 x + \cos^2 x \cdot \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\text{b) } \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - \left( 1 - \cos^2 x \right) =$$

$$= 2\cos^2 x - 1$$

$$\text{c) } \frac{1}{1 - \sin x} - \frac{\tan x}{\cos x} = \frac{\cos x - \tan x \cdot (1 - \sin x)}{(1 - \sin x) \cdot \cos x} = \frac{\cos x - \frac{\sin x}{\cos x} \cdot (1 - \sin x)}{(1 - \sin x) \cdot \cos x} =$$

$$= \frac{\cos^2 x - \sin x \cdot (1 - \sin x)}{(1 - \sin x) \cdot \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin x + \sin^2 x}{(1 - \sin x) \cdot \cos^2 x} = \frac{1 - \sin x}{(1 - \sin x) \cdot \cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$d) \frac{1}{1 + \sin x} + \frac{1}{1 - \sin x} = \frac{1 - \sin x + 1 + \sin x}{(1 + \sin x) \cdot (1 - \sin x)} = \frac{2}{1 - \sin^2 x} = \frac{2}{\cos^2 x}$$


---

12.

	a	b	c	d	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
a)	8,14	6,92	3,85	6,36	75°	67,5°	108,7°	108,8°
b)	47,1	52,3	72,83	64,23	117,8°	85,2°	98,5°	58,5°
c)	8,4	9,71	5,02	3,7	125°	43,35°	90,25°	101,4°