Die allgemeine Sinusfunktion

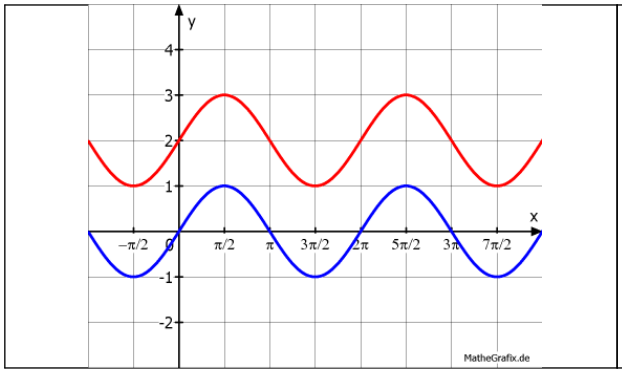
==========

Die allgemeine Sinusfunktion hat die Funktionsgleichung

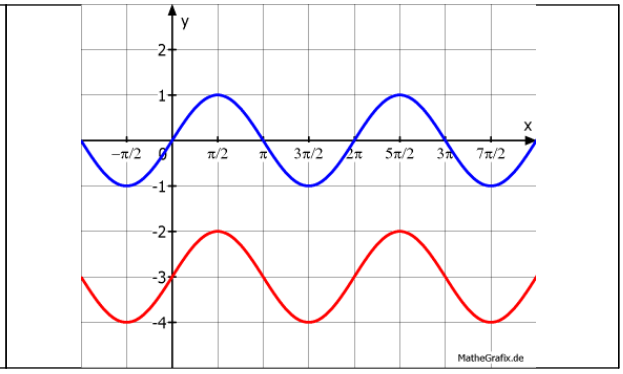
$$y = a \cdot \sin\left[b \cdot (x + c)\right] + d$$

mit reellen Zahlen a, b, c sowie $a \neq 0$ und $b \neq 0$

$y = \sin(x) + d$



$y = \sin(x)$ und $y = \sin(x) + 2$

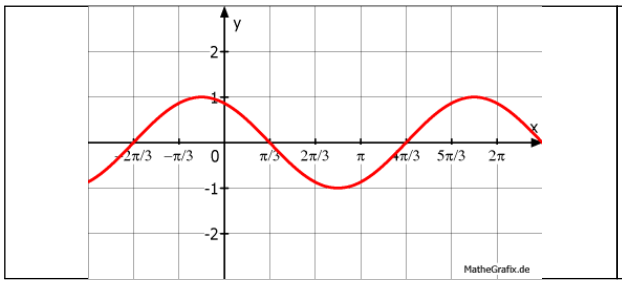


$y = \sin(x) - 3$ und $y = \sin(x) + 2$

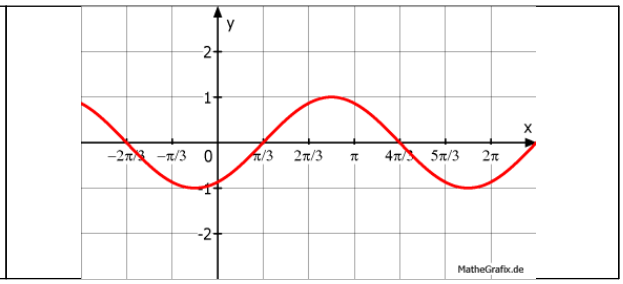
Der Graph der Funktion $f: x \to y = \sin(x) + d$ ist eine mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ d \end{pmatrix}$ in y- Richtung verschobene Sinuskurve.

Die Funktion f hat die Periodenlänge $p = 2\pi$ und die Wertemenge $W = \left[d - 1; d + 1\right]$.

$y = \sin(x + c)$



$y = \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$

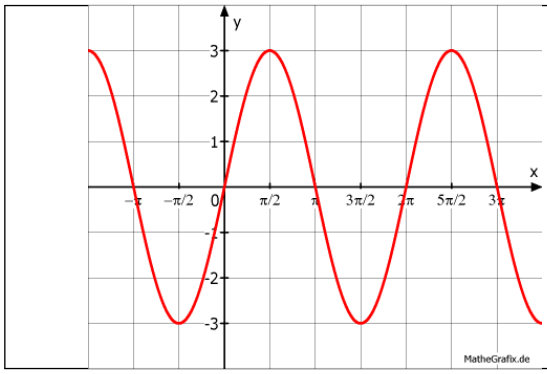


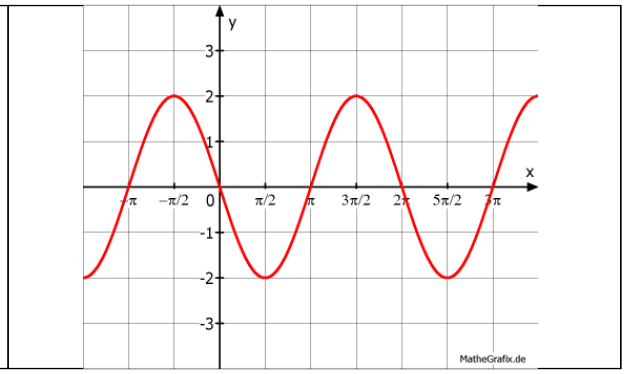
$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

Der Graph der Funktion $f: x \to y = \sin(x + c)$ ist eine mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -c \\ 0 \end{pmatrix}$ in x- Richtung verschobene Sinuskurve.

Die Funktion f hat die Periodenlänge $p = 2\pi$ und die Wertemenge $W = [-1; 1]$.

$y = a \cdot \sin x$





$y = 3 \cdot \sin x$	$y = -2 \cdot \sin x$

Ist $a > 0$, dann ist der Graph der Funktion $f: x \to y = a \cdot \sin x$ eine mit dem Faktor a in y-Richtung gestreckte Sinuskurve.

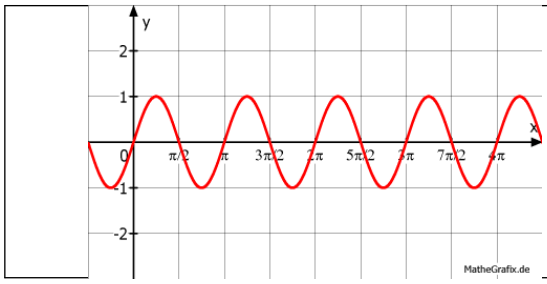
Die Funktion f hat die Periodenlänge $p = 2\pi$ und die Wertemenge $W = [-a; a]$.

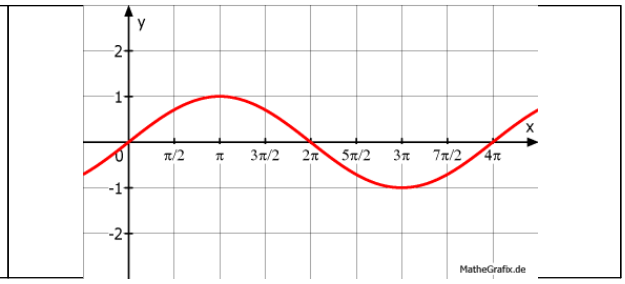
a heißt auch Amplitude der Sinusfunktion.

Ist $a < 0$, dann ist der Graph der Funktion $f: x \to y = a \cdot \sin x$ eine mit dem Faktor $|a|$ in y-Richtung gestreckte und anschließend an der x-Achse gespiegelte Sinuskurve.

Die Funktion f hat die Periodenlänge $p = 2\pi$ und die Wertemenge $W = [a; -a]$.

$y = \sin(b \cdot x)$





$y = \sin(2x)$	$y = \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

Ist $b > 0$, dann ist der Graph der Funktion $f: x \to y = \sin(b \cdot x)$ eine mit dem Faktor $\frac{1}{b}$ in x-Richtung gestreckte Sinuskurve.

Die Funktion f hat die Periodenlänge $p = \frac{2\pi}{b}$ und die Wertemenge $W = \left[-1; 1\right]$.

Ist $b < 0$, dann dann ist der Graph der Funktion $f : x \to y = \sin(b \cdot x)$ eine mit dem Faktor $\left|\frac{1}{b}\right|$ in x-Richtung gestreckte und anschließend an der y-Achse gespiegelte Sinuskurve.

Die Funktion f hat die Periodenlänge $p = \frac{2\pi}{|b|}$ und die Wertemenge $W = \left[-1; 1\right]$.

Zusammenfassung

Der Graph der Funktion $f : x \to y = a \cdot \sin\left[b \cdot (x + c)\right] + d$ mit $a, b > 0$,

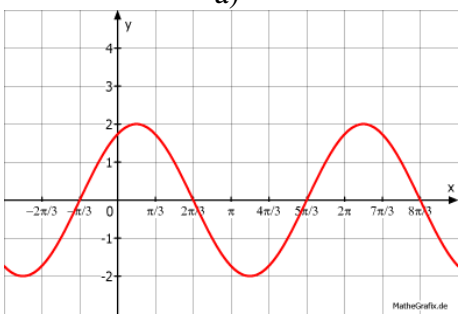
geht durch eine Streckung mit dem Faktor $\frac{1}{b}$ in x-Richtung und eine Streckung mit dem Faktor a in y-Richtung und eine anschließende Verschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -c \\ d \end{pmatrix}$ aus der Sinuskurve hervor.

Aufgabentypen

==========

1. Finde zu jedem Graphen einen geeigneten Funktionsterm

a)



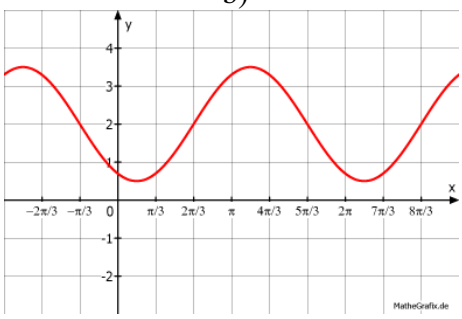
Aus der Zeichnung:

$p = \frac{5}{3}\pi + \frac{1}{3}\pi = 2\pi \quad \Rightarrow \quad b = 1$

$f(x) = 2 \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

c)

b)

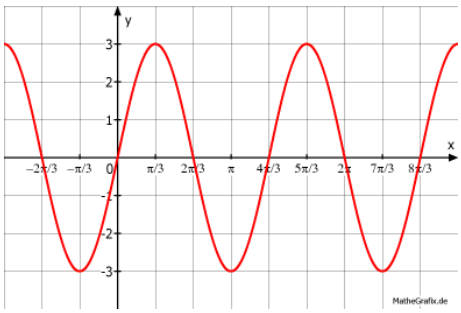


Aus der Zeichnung:

$p = \frac{\pi}{3}\pi + \frac{5}{3}\pi = 2\pi \quad \Rightarrow \quad b = 1$

$f(x) = 1{,}5 \cdot \sin\left(x - \frac{2}{3}\pi\right) + 2$

d)

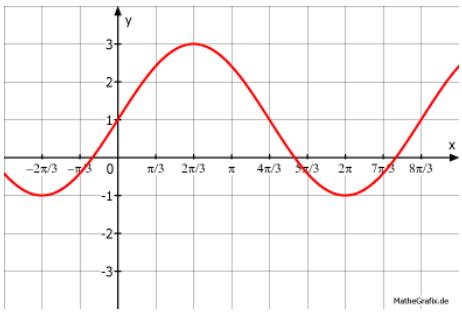


Aus der Zeichnung:

$$p = \frac{4}{3}\pi$$

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{4}{3}\pi \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$f(x) = 3\cdot\sin\left(\frac{3}{2}x\right)$$



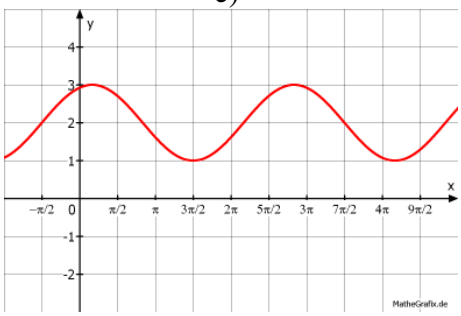
Aus der Zeichnung:

$$p = \frac{8}{3}\pi$$

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{8}{3}\pi \Rightarrow b = \frac{3}{4}$$

$$f(x) = 2\cdot\sin\left(\frac{3}{4}x\right) + 1$$

e)



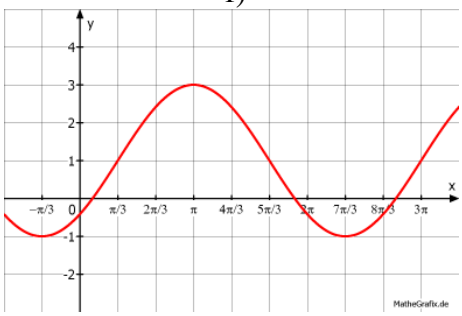
Aus der Zeichnung:

$$1{,}5\cdot p = \frac{1}{2}\pi + \frac{7}{2}\pi = 4\pi \Rightarrow p = \frac{8}{3}\pi$$

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{8}{3}\pi \Rightarrow b = \frac{3}{4}$$

$$f(x) = \sin\left[\frac{3}{4}(x + \frac{\pi}{2})\right] + 2$$

f)



Aus der Zeichnung:

$$p = 3\pi - \frac{1}{3}\pi = \frac{8}{3}\pi$$

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{8}{3}\pi \Rightarrow b = \frac{3}{4}$$

$$f(x) = 2\cdot\sin\left[\frac{3}{4}(x - \frac{\pi}{3})\right] + 1$$

---

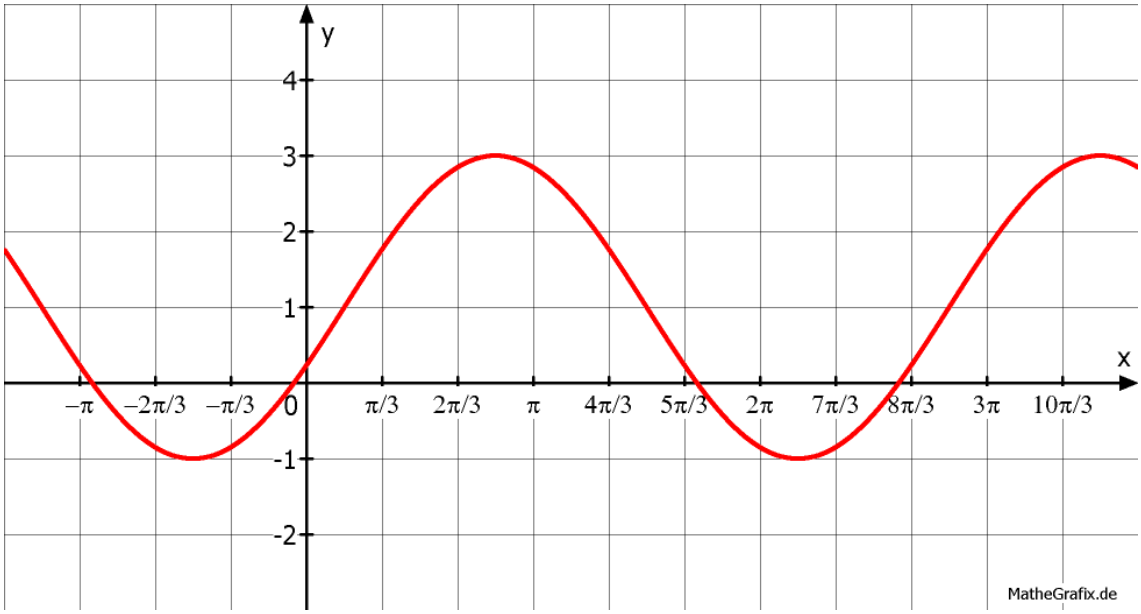
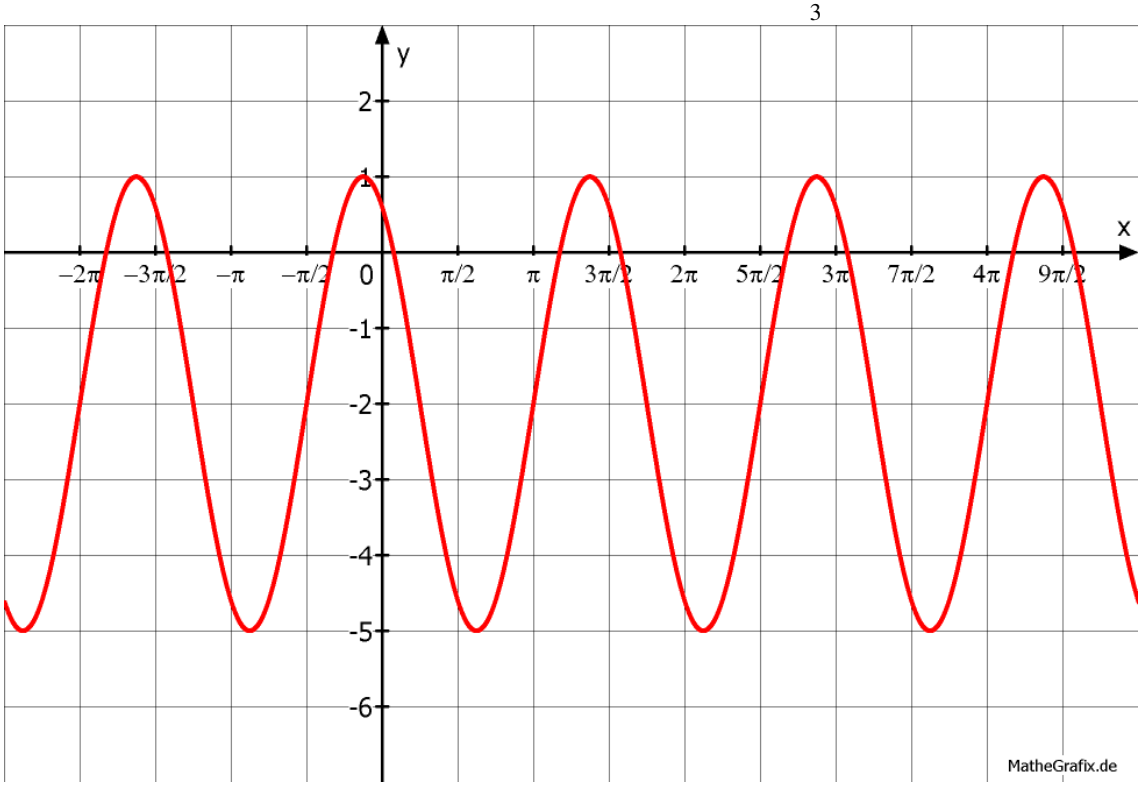
2. Ermittle für folgender Funktionen die Wertemenge und die Periodenlänge und skizziere ihre Graphen

a) $f : x \to y = 2\cdot\sin\left[\frac{3}{4}(x - \frac{\pi}{6})\right] + 1$

b) $f : x \to y = 3\cdot\sin\left[\frac{4}{3}(x + \frac{\pi}{2})\right] - 2$

Lösung:

a) Wertemenge: $W = [-1; 3]$ Periodenlänge: $p = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{3}\pi$



a) Wertemenge: $W = [-5; 1]$ Periodenlänge: $p = \frac{2\pi}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{2}\pi$