Aufgaben

==

1. Der Bogen eines Kreissektors mit dem Radius 8 cm hat die Länge 6 cm.

   Berechne die Größe des zugehörigen Mittelpunktswinkels.

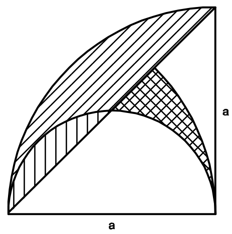
---

2. Ein Kreissektor mit dem Radius 8,5 cm hat den Flächeninhalt 155 cm^2.

   Berechne die Größe des zugehörigen Mittelpunktswinkels.

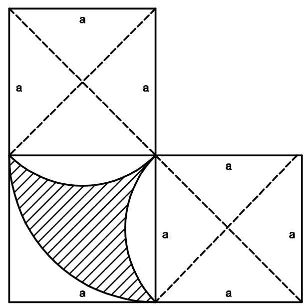
---

3. Berechne in Abhängigkeit von s Umfang und Inhalt der schraffierten Flächen.



---

4. Berechne Inhalt und Umfang des schraffierten Flächenstücks in Abhängigkeit von der Gitterkonstanten a.

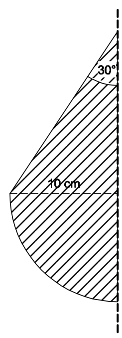


---

5. Wie dick ist die Wand einer (kugelförmigen) Seifenblase, die aus einem 8 mm dicken kugelförmigen Tropfen entstanden ist und einen Durchmesser von 40 mm hat?

---

6. Berechne Raum- und Oberflächeninhalt, wenn das gezeichnete Flächenstück um die eingezeichnete gestrichelte Achse rotiert.



---

7. a) Gib das Bogenmaß 1,234 im Gradmaß an.

   b) Gib das Bogenmaß $\frac{11\pi}{9}$ im Gradmaß an.

   c) Gib das Gradmaß 144° im Bogenmaß im Bogenmaß als Bruchteil von π an.

   b) Gib das Gradmaß 2600° im Bogenmaß als 2 Dezimale genau an.

8. Bestimme alle Winkel zwischen α mit $-180° \leq \alpha \leq 540°$ mit

a) $\sin\alpha = -0{,}6428$

b) $\cos\alpha = -0{,}2$

---

9. Bestimme alle Winkel zwischen x mit $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq 2\pi$ mit

a) $\sin x = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ b) $\cos x = -\frac{1}{5}$

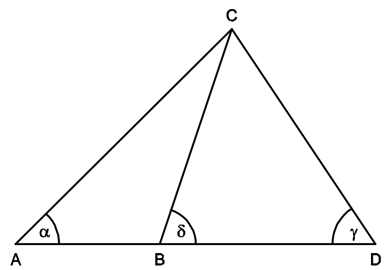
Gib x auch in Form eines Bruchteils von π an.

---

10. Es ist $\overline{BD} = a = 52$ m und

$\alpha = 41{,}6°$, $\delta = 78{,}2°$ sowie $\gamma = 62{,}5°$.

Berechne $\overline{AC} = x$ auf 2 Dezimale genau.



Lösungen (ohne Gewähr)

---

3. $U_1 = \frac{1}{4}\cdot 2\pi\cdot\frac{a}{2} + \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot a + \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{1}{4}a\cdot(\pi + 2\sqrt{2})$

$A_1 = \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot(\frac{a}{2})^2 - \frac{1}{8}a^2 = \frac{1}{16}a^2\cdot(\pi - 2)$

$U_2 = \frac{1}{4}\cdot 2\pi\cdot a + a\sqrt{2} = \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot a + a\sqrt{2} = \frac{1}{2}a\cdot(\pi + 2\sqrt{2})$

$A_2 = \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot a^2 - \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{4}a^2\cdot(\pi - 2)$

$U_3 = \frac{1}{4}\cdot 2\pi\cdot\frac{a}{2} + \frac{1}{8}\cdot 2\pi\cdot a + \left[a\sqrt{2} - a\right] = \frac{1}{2}\cdot\pi a + a\sqrt{2} - a$

$A_3 = \frac{1}{8}\pi\cdot a^2 - \left[\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot(\frac{a}{2})^2 - A_1\right] = \frac{1}{16}\pi\cdot a^2 - \frac{1}{8}a^2 = \frac{1}{16}a^2\cdot(\pi - 2)$

---

4. $U = \frac{1}{4}\cdot 2\pi\cdot a + 2\cdot\frac{1}{4}\cdot 2\pi\cdot\frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot a + \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot a\sqrt{2} = \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot a\cdot(2 + \sqrt{2})$

$$A = \frac{1}{4}\pi\cdot a^2 + 2\cdot\left[\frac{1}{4}\pi\cdot\left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\right)^2 - \frac{1}{4}a^2\right] = \frac{1}{4}\pi\cdot a^2 + 2\cdot\left[\frac{1}{8}\pi\cdot a^2 - \frac{1}{4}a^2\right] = \frac{1}{2}\pi\cdot a^2 - \frac{1}{2}a^2 =$$

$$= \frac{1}{2}a^2\cdot(\pi - 1)$$

---

5. Gegeben: $r = 4\text{ mm} \quad r_a = 20\text{ mm}$

Lösung in einem Ansatz:

$$\frac{4}{3}\pi\cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi\cdot r_a{}^3 - \frac{4}{3}\pi\cdot r_i{}^3 \quad\Rightarrow\quad r^3 = r_a{}^3 - r_i{}^3 \quad\Rightarrow\quad r_i{}^3 = r_a{}^3 - r^3$$

$$r_i = \sqrt[3]{r_a{}^3 - r^3} \quad r_i = \sqrt[3]{(20\text{ mm})^3 - (4\text{ mm})^3} = 19{,}95\text{ mm}$$

Die Seifenblase ist 0,05 mm dick.

---

6. $V_1 = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot(10\text{ cm})^3 = \frac{2000}{3}\pi\text{ cm}^3$

Höhe des Kegels:

$$\frac{10\text{ cm}}{h} = \tan30° \quad\Rightarrow\quad 10\text{ cm} = h\cdot\tan30° \quad\Rightarrow\quad h = \frac{10\text{ cm}}{\tan30°} = \frac{10\text{ cm}}{\frac{1}{3}\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi\cdot(10\text{ cm})^2\cdot10\sqrt{3}\text{ cm} = \frac{1000}{3}\pi\sqrt{3}\text{ cm}^3$$

$$V = V_1 + V_2 = \frac{2000}{3}\pi\text{ cm}^3 + \frac{1000}{3}\pi\sqrt{3}\text{ cm}^3 = \frac{1000}{3}\pi\cdot(2+\sqrt{3})\text{ cm}^3$$

$$O_1 = \frac{1}{2}\cdot4\pi\cdot(10\text{ cm})^2 = 200\pi\text{ cm}^2$$

Mantellinie des Kegels:

$$\frac{10\text{ cm}}{m} = \sin30° \quad\Rightarrow\quad 10\text{ cm} = m\cdot\sin30° \quad\Rightarrow\quad m = \frac{10\text{ cm}}{\sin30°} = 20\text{ cm}$$

$$O_2 = \pi\cdot10\text{ cm}\cdot20\text{ cm} = 200\pi\text{ cm}^2$$

$$O = O_1 + O_2 = 400\pi\text{ cm}^2$$

---

7. a) $1{,}234 = \frac{1{,}234}{\pi}\cdot180° = 77{,}70°$

b) $\frac{11\pi}{9} = \frac{11}{9} \cdot 180° = 220°$

c) $144° = \frac{144°}{180°} \cdot \pi = \frac{4}{5}\pi$

d) $2600° = \frac{2600°}{180°} \cdot \pi = 45{,}38$

---

8. a) Hilfswinkel: $\sin\alpha^* = 0{,}6428 \quad \Rightarrow \quad \alpha^* = 40°$

$\Rightarrow \quad \alpha = -140° \vee \alpha = -40° \vee \alpha = 220° \vee \alpha = 320°$

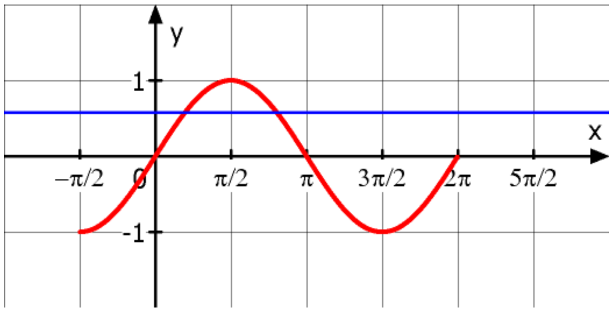
b) Hilfswinkel: $\cos\alpha^* = 0{,}2 \quad \Rightarrow \quad \alpha^* = 78{,}46°$

$\Rightarrow \quad \alpha = -(180° - 78{,}46°) = -101{,}54° \vee \alpha = 180° - 78{,}46° = 101{,}54°$

$\vee \; \alpha = 180° + 78{,}46° = 258{,}46° \vee \alpha = 360° + 101{,}54° = 461{,}54°$

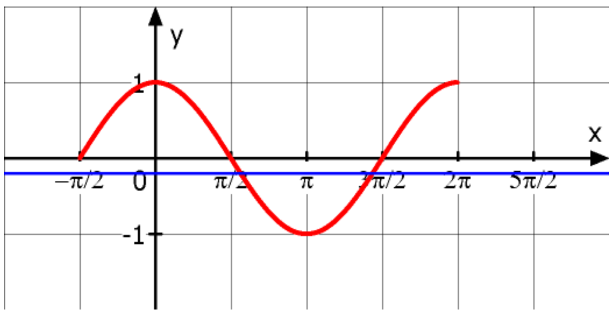
---

9. a)



$$\sin x = \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4} \quad \Rightarrow \quad x = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}\right) = \frac{\pi}{5} \quad \vee \quad x = \pi - \frac{\pi}{5} = \frac{4}{5}\pi$$

b)



$\cos x = -0{,}2$

$\cos x^* = 0{,}2 \quad \Rightarrow \quad x^* = 1{,}3794 = 0{,}4359\pi$

$$x = \pi - 0{,}4359\pi = 0{,}5641\pi = 1{,}7722 \vee x = \pi + 0{,}4359\pi = 1{,}4359\pi = 4{,}5110$$

---

10. $$\frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \frac{\sin\gamma}{\sin(180° - \delta - \gamma)} \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = \overline{BD} \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin(180° - \delta - \gamma)}$$

$$\overline{BC} = 52\text{ m} \cdot \frac{\sin 62{,}5°}{\sin(180° - 78{,}2° - 62{,}5°)} \quad \overline{BC} = 72{,}8228\text{ m}$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\sin(180° - \delta)}{\sin\alpha} \quad \Rightarrow \quad \overline{AC} = \overline{BC} \cdot \frac{\sin(180° - \delta)}{\sin\alpha}$$

$$\overline{AC} = 72{,}8228\text{ m} \cdot \frac{\sin(180° - 78{,}2°)}{\sin 41{,}6°} \quad \overline{AC} = 107{,}37\text{ m}$$
