**Übungen zum Satz von Pythagoras**

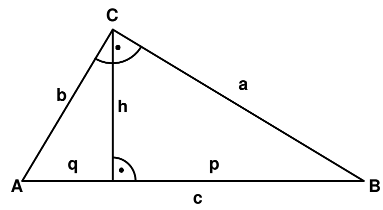
---

1. Berechne die fehlenden Größen a, b, c, h, p, q, A des rechtwinligen Dreiecks

   a) $p = 36$ und $q = 64$ b) $b = 13$ und $q = 5$

   c) $b = 70$ und $A = 1400$ d) $a = 4{,}5$ und $c = 7{,}5$

   e) $a = 5\sqrt{5}$ und $h = 2$

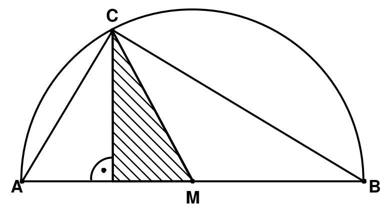



---

2. Der Flächeninhalt des schraffierten Dreiecks beträgt $71{,}4\ \text{cm}^2$ und es ist $\overline{MH} = 11{,}9$ cm.

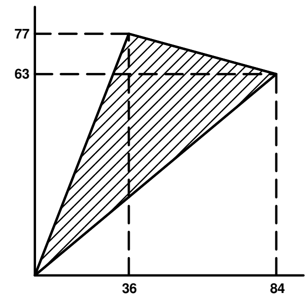
   H ist der Hölhenfußpunkt.

   Berechne a, b, c, p und q.



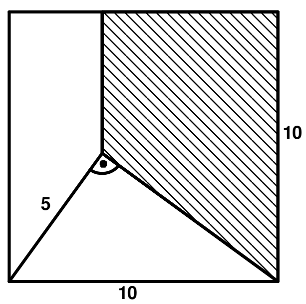

---

3. Berechne Umfang und Inhalt des schraffierten Dreiecks.



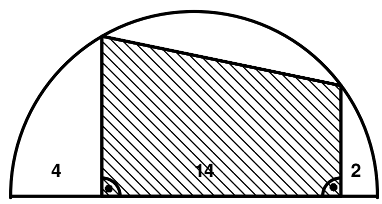

---

4. Berechne den Inhalt der schraffierten Fläche.




---

5. Berechne den Inhalt des schraffierten Trapezes.




---

6. Gegeben ist ein Kreis mit $r = 7{,}3$, in ihm zwei parallelen Sehnen der Länge $a = 9{,}6$ und $b = 11$. Berechnen Sie den Abstand der Sehnen !

---

7. In einem rechtwinkligen Dreieck misst die Hypotenuse 20 cm. Die eine Kathete ist dreimal so gross wie die andere. Wie gross ist die Fläche ?

---

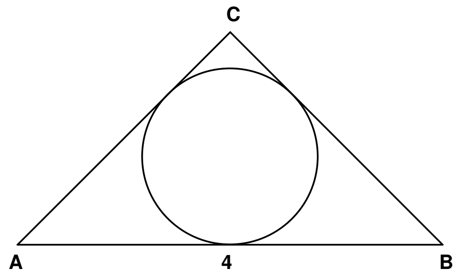
8. In einem gleichschenkligen Dreieck mit der Basis c hat den Umfang $u = 24$ und die Höhe auf die Basis $h = 8$. Berechne die Seiten des Dreiecks.
9. In einem gleichseitigen Dreieck ist die Höhe 1 cm kürzer als die Seite.

   Wie lang sind beide ?

---

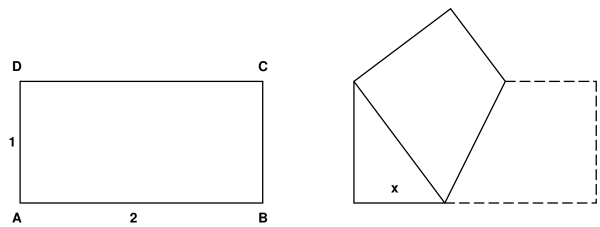
10. Das Dreieck ABC ist gleichschenklig-rechtwinklig mit der Hypotenuse $\overline{AB} = 4$.

    Bestimme den Radius des Inkreise.




---

11. Ohne Worte




---

**Quadratwurzeln**

1. Vereinfache

a) $\sqrt{2a} \cdot \sqrt{8a}$ b) $\sqrt{0{,}9a^{-5}} \cdot \sqrt{2{,}5a^3}$ c) $\dfrac{\sqrt{3a^{-1}}}{\sqrt{27a^3}}$ d) $\sqrt{5ab^3} : \sqrt{0{,}02a^{-3}b^5}$

---

2. Forme so um, dass unter der Wurzel eine möglichst kleine natürliche Zahl steht

a) $\sqrt{1{,}76}$ b) $\sqrt{40{,}5}$ c) $\sqrt{0{,}00625}$ d) $\sqrt{0{,}5 \cdot 10^{-5}}$

---

3. Radiziere teilweise

a) $\sqrt{4a}$ b) $\sqrt{25a^2b}$ c) $\sqrt{32x^3}$ d) $\sqrt{48x^3y^4}$

e) $\sqrt{54xy^3}$ f) $\sqrt{9a+9b}$ g) $\sqrt{4a-8b}$ h) $\sqrt{8ab^2+12ab^3}$

i) $\sqrt{\dfrac{9a^2+27b^2}{a^2}}$ j) $\sqrt{\dfrac{50x^2+75}{2x^3}}$ k) $2\sqrt{27x^2y} - 5\sqrt{12x^2y}$

---

4. Ziehe unter die Wurzel

a) $15\sqrt{0{,}02}$ b) $2^5 \cdot \sqrt{0{,}003125}$ c) $35\sqrt{\frac{2}{147}}$ d) $2 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{5 \cdot 10^8}$

---

5 Vereinfache

a) $6\sqrt{27} + 2\sqrt{108} - 7\sqrt{75}$ b) $\sqrt{180} - \sqrt{700} - 2\sqrt{28} - \frac{2}{3}\sqrt{45} + \sqrt{\frac{192}{3}}$

c) $(3 - \sqrt{2}) \cdot (2 + 3\sqrt{2})$ d) $(2\sqrt{3} - 1) \cdot (2\sqrt{3} + 1)$ e) $\frac{(\sqrt{3} - \sqrt{6})^2}{\sqrt{2}}$

f) $(1 - 2\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{3} - 4\sqrt{15})$ g) $(5\sqrt{11} - 2\sqrt{10}) \cdot (-\sqrt{55} - 2\sqrt{2})$ h) $(1 - \sqrt{2})^3$

---

6.Bestimme die Definitionsmenge des Terms und berechne seinen Wert

a) $T(x) = \sqrt{2x - 3}$ $x = 2{,}22$ b) $T(x) = \sqrt{4x^2 - 1}$ $x = 1{,}25$

---

7 Bestimme x

a) $\sqrt{2x - 1} = 2$ b) $\sqrt{2x - 1} = \sqrt{x + 2}$ c) $\frac{1}{\sqrt{x - 1}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$

---

8. Schreibe mit rationalem Nenner

a) $\frac{6}{3\sqrt{3}}$ b) $\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ c) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$ d) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2} - \sqrt{6}}$

---

9. Vereinfache

a) $(2\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{6} - 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} - 1)$ b) $(\sqrt{14} \cdot \sqrt{42} + \sqrt{52})\sqrt{39}$

c) $\sqrt{12} + \frac{1}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{\sqrt{3} + 3}{\sqrt{3} - 1} + \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$ e) $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

f) $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{2\sqrt{10}}$

---

10. Bestimme mit mit dem Heron-Verfahren $\sqrt{15}$ auf zwei Dezimalen genau.

---

11. Wieso kann $\sqrt{1{,}5}$ nicht exakt den Wert 1,224744871392 haben ?

---

–

**Lösungen**

===================================================================

1.

| | a | b | c | h | p | q | A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | 60 | 80 | 100 | 48 | **36** | **64** | 2400 |
| b) | 31,2 | **13** | 33,8 | 12 | 28,8 | **5** | 202,8 |
| c) | 40 | **70** | $10\sqrt{65}$ | $\frac{56}{13}\sqrt{65}$ | $\frac{32}{13}\sqrt{65}$ | $\frac{98}{13}\sqrt{65}$ | **1400** |
| d) | **4,5** | 6 | **7,5** | 3,6 | 2,7 | 4,8 | 13,5 |
| e) | $\mathbf{5\sqrt{5}}$ | $\frac{10}{11}\sqrt{5}$ | $\frac{125}{11}$ | **2** | $\frac{4}{11}$ | 11 | $\frac{125}{11}$ |

---------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2. $71{,}4\ \text{cm}^2 = \frac{1}{2}\cdot 11{,}9\ \text{cm}\cdot h \quad\Rightarrow\quad h = 12\ \text{cm}$

$\overline{AC}^2 = (11{,}9\ \text{cm})^2 + (12\ \text{cm})^2 \quad\Rightarrow\quad \overline{AC} = 16{,}9\ \text{cm} \quad\Rightarrow\quad c = 33{,}8\ \text{cm}$

$p = 16{,}9\ \text{cm} + 11{,}9\ \text{cm} = 28{,}8\ \text{cm} \quad p = 16{,}9\ \text{cm} - 11{,}9\ \text{cm} = 5\ \text{cm}$

$a^2 = 28{,}8\cdot 33{,}8\ \text{cm} \quad\Rightarrow\quad a = 31{,}2\ \text{cm}$

$b^2 = 5\ \text{cm}\cdot 33{,}8\ \text{cm} \quad\Rightarrow\quad b = 13\ \text{cm}$

---------------------------------------------------------------------------------------------------------------

3. $U = 40 \quad A = 2100$

---------------------------------------------------------------------------------------------------------------

4. Zweite Kathete des rechtwinkligen Dreiecks : $a^2+5^2 = 10^2 \quad\Rightarrow\quad a = 5\sqrt{3}$

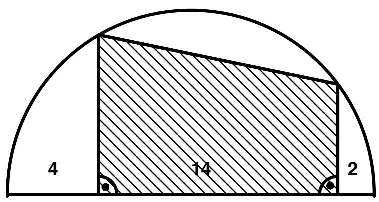
Zugehöriger Hypotenusenabschnitt : $p\cdot 10 = 75 \quad\Rightarrow p = 7{,}5 \quad\Rightarrow\quad q = 10-7{,}5 = 2{,}5$

Höhe : $h^2 = 2{,}5\cdot 7{,}5 \quad\Rightarrow\quad h = 2{,}5\sqrt{3}$

Inhalt der schraffierten Fläche : $A = 10^2-2{,}5\cdot 10-7{,}5\cdot 2{,}5\sqrt{3} = 75-\frac{75}{4}\sqrt{3}$

---------------------------------------------------------------------------------------------------------------

5. Berechne den Inhalt des schraffierten Trapezes.

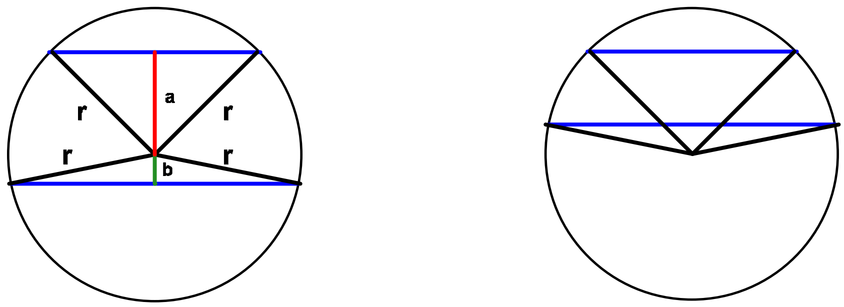



Grunlinien des Trapezes : $g_1^2 = 4\cdot 16 \quad\Rightarrow\quad g_1 = 8 \quad g_2^2 = 2\cdot 18 \quad\Rightarrow\quad g_1 = 6$

Flächeninhalt : $A = \frac{1}{2}\cdot(8+6)\cdot 14 = 98$

---

6.




Sind a und b die Abstände der Sehnen vom Mittelpunkt des Kreise, dann gilt dür den Abstand d der Sehnen entweder $d = a+b$ oder $d = a-b$.

$a^2+5{,}5^2 = 7{,}3^2 \quad\Rightarrow\quad a = 4{,}8$

$b^2+4{,}8^2 = 7{,}3^2 \quad\Rightarrow\quad b = 5{,}5$

Also ist $d = 4{,}8+5{,}5 = 10{,}3 \;\vee\; d = 5{,}5-4{,}8 = 0{,}7$

---

7. In einem rechtwinkligen Dreieck misst die Hypotenuse 20 cm. Die eine Kathete ist dreimal so gross wie die andere. Wie gross ist die Fläche ?

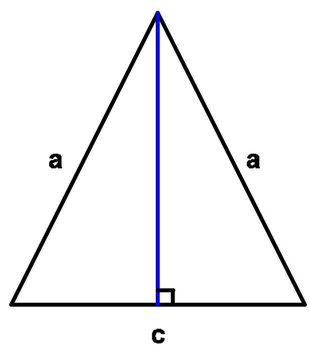
$x^2+(3x)^2 = (20\text{ cm})^2 \quad\Rightarrow\quad x = 2\sqrt{10}\text{ cm} \quad\Rightarrow\quad \mathfrak{A} = \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{10}\cdot 6\sqrt{10}\text{ cm}^2 = 60\text{ cm}^2$

---

8. In einem gleichschenkligen Dreieck mit der Basis c hat den Umfang $u = 24$ und die Höhe auf die Basis $h = 8$. Berechne die Seiten des Dreiecks.

Es ist

(1) $c+2a = 24$ und (2) $(\frac{c}{2})^2 + 8^2 = a^2 \quad\Rightarrow\quad c^2 + 256 = 4a^2$




Aus (1) ergibt sich $c = 24-2a$

In zwei eingesetzt :

$(24-2a)^2+256 = 4a^2 \quad\Rightarrow\quad a = \frac{26}{3} \quad\Rightarrow\quad c = \frac{10}{3}$

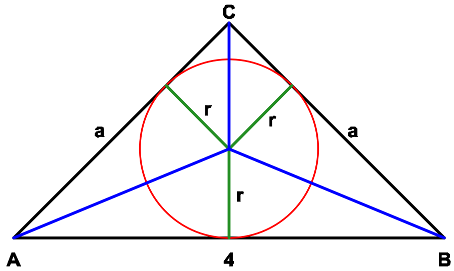
---

9. $h = \frac{1}{2}a\sqrt{3} \quad\Rightarrow\quad a-h = a-\frac{1}{2}a\sqrt{3} = 1\text{ cm} \quad\Rightarrow\quad a\cdot(1-\frac{1}{2}\sqrt{3}) = 1\text{ cm} \quad\Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{1\text{ cm}}{1-\frac{1}{2}\sqrt{3}} = (4+2\sqrt{3})\text{ cm}$$

---

10.




$$a^2+a^2 = 4^2 \quad \Rightarrow \quad 2a^2 = 16 \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Flächeninhalt des Dreiecks ABC : $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{8}\cdot\sqrt{8} = 4$

Anererseits gilt :

$$\frac{1}{2}\cdot 4\cdot r+\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot r+\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot r = 4 \quad \Rightarrow \quad 2r+2\sqrt{2}r = 4 \quad \Rightarrow \quad r\cdot(2+2\sqrt{2}) = 4$$

$$r = \frac{4}{2+2\sqrt{2}} = \frac{2}{1+\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}-2$$

---

11. $x^2+1^2 = (2-x)^2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{4}$

---

**Quadratwurzeln**

===

1. a) $\sqrt{2a}\cdot\sqrt{8a} = \sqrt{2a\cdot 8a} = \sqrt{16a^2} = 4a$

b) $\sqrt{0{,}9a^{-5}}\cdot\sqrt{2{,}5a^3} = \sqrt{0{,}9a^{-5}\cdot 2{,}5a^3} = \sqrt{2{,}25a^{-2}} = \sqrt{\frac{2{,}25}{a^2}} = \frac{1{,}5}{a} = 1{,}5a^{-1}$

c) $\frac{\sqrt{3a^{-1}}}{\sqrt{27a^3}} = \sqrt{\frac{3a^{-1}}{27a^3}} = \sqrt{\frac{a^{-4}}{9}} = \frac{1}{3}a^{-2}$

d) $\sqrt{5ab^3} : \sqrt{0{,}02a^{-3}b^5} = \sqrt{\frac{5ab^3}{0{,}02a^{-3}b^5}} = \sqrt{250a^4b^{-2}} = 5a^2b^{-1}$

---

2. a) $\sqrt{1{,}76} = \sqrt{\frac{176}{100}} = \frac{4}{10}\sqrt{11} = 0{,}4\sqrt{11}$

b) $\sqrt{40{,}5} = \sqrt{9\cdot 4{,}5} = \sqrt{18\cdot 2{,}25} = 3\cdot 1{,}5\sqrt{2} = 4{,}5\sqrt{2}$

c) $\sqrt{0{,}00625} = \sqrt{\dfrac{625}{100000}} = \sqrt{\dfrac{6250}{1000000}} = \dfrac{25}{1000}\sqrt{10} = 0{,}025\sqrt{10}$

d) $\sqrt{0{,}5\cdot 10^{-5}} = \sqrt{5\cdot 10^{-6}} = 10^{-3}\sqrt{5} = 0{,}001\sqrt{5}$

---

3. a) $\sqrt{4a} = 2\sqrt{a}$ b) $\sqrt{25a^2b} = 5a\sqrt{b}$ c) $\sqrt{32x^3} = 4x\sqrt{2x}$

d) $\sqrt{48x^3y^4} = 4xy^2\sqrt{3x}$ e) $\sqrt{54xy^3} = 3y\sqrt{6xy}$

f) $\sqrt{9a+9b} = \sqrt{9\cdot(a+b)} = 3\sqrt{a+b}$ g) $\sqrt{4a-8b} = \sqrt{4\cdot(a-2b)} = 2\cdot\sqrt{a-2b}$

h) $\sqrt{8ab^2+12ab^3} = \sqrt{4b^2\cdot(2a+3ab)} = 2b\sqrt{2a+3ab}$

i) $\sqrt{\dfrac{9a^2+27b^2}{a^2}} = \sqrt{\dfrac{9\cdot(a^2+3b^2)}{a^2}} = \dfrac{3}{a}\sqrt{a^2+3b^2}$

j) $\sqrt{\dfrac{50x^2+75}{2x^3}} = \sqrt{\dfrac{25\cdot(2x^2+3)}{x^2\cdot 2x}} = \dfrac{5}{x}\sqrt{\dfrac{2x^2+3}{2x}}$

k) $2\sqrt{27x^2y} - 5\sqrt{12x^2y} = 6x\sqrt{3y} - 10x\sqrt{3y} = -4x\sqrt{3y}$

---

4. a) $15\sqrt{0{,}02} = \sqrt{225\cdot 0{,}02} = \sqrt{4{,}5}$

b) $2^5\cdot\sqrt{0{,}003125} = \sqrt{2^{10}\cdot 0{,}003125} = \sqrt{3{,}2}$

c) $35\sqrt{\dfrac{2}{147}} = \sqrt{\dfrac{35^2\cdot 2}{147}} = \sqrt{\dfrac{35\cdot 35\cdot 2}{7\cdot 7\cdot 3}} = \sqrt{\dfrac{50}{3}}$

d) $2\cdot 10^{-5}\cdot\sqrt{5\cdot 10^8} = \sqrt{4\cdot 10^{-10}\cdot 5\cdot 10^8} = \sqrt{20\cdot 10^{-2}} = \sqrt{0{,}2}$

---

5. a) $6\sqrt{27} + 2\sqrt{108} - 7\sqrt{75} = 18\sqrt{3}+12\sqrt{3}-35\sqrt{3} = -5\sqrt{3}$

b) $\sqrt{180} - \sqrt{700} - 2\sqrt{28} - \dfrac{2}{3}\sqrt{45} + \sqrt{\dfrac{192}{3}} = 6\sqrt{5} - 10\sqrt{7}-4\sqrt{7}-2\sqrt{5} + \sqrt{64} =$

$= 4\sqrt{5}-14\sqrt{7}+8$

c) $(3-\sqrt{2})\cdot(2+3\sqrt{2}) = 6+9\sqrt{2}-2\sqrt{2}-3\cdot 2 = 7\sqrt{2}$

d) $(2\sqrt{3} - 1)\cdot(2\sqrt{3}+1) = 4\cdot 3 - 1 = 11$

e) $\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{6})^2}{\sqrt{2}} = \dfrac{3-2\sqrt{18}+6}{\sqrt{2}} = \dfrac{9-6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{(9-6\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \dfrac{9\sqrt{2}-12}{2} = 4{,}5\sqrt{2} - 6$

f) $(1-2\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{3}-4\sqrt{15}) = \sqrt{3}-4\sqrt{15} - 2\sqrt{15}+8\sqrt{75} = \sqrt{3}-6\sqrt{15}+40\sqrt{3} =$

$= 41\sqrt{3}-6\sqrt{15}$

g) $(5\sqrt{11}-2\sqrt{10}) \cdot (-\sqrt{55}-2\sqrt{2}) = -5\sqrt{11\cdot 55} - 10\sqrt{22}+2\sqrt{550}+4\sqrt{20} =$

$= -5\sqrt{11\cdot 55} - 10\sqrt{22}+2\sqrt{550}+4\sqrt{20} = -55\sqrt{5}-10\sqrt{22}+10\sqrt{22}+8\sqrt{5} = -47\sqrt{5}$

h) $(1-\sqrt{2})^3 = (1-\sqrt{2})^2\cdot(1-\sqrt{2}) = (1-2\sqrt{2}+2)\cdot(1-\sqrt{2}) = (3-2\sqrt{2})\cdot(1-\sqrt{2}) =$

$= 3-3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4 = 7-5\sqrt{2}$

---

6. a) $T(x) = \sqrt{2x-3} \quad x = 2{,}22$

$D = [\frac{3}{2}; \infty[ \quad T(2{,}22) = \sqrt{2\cdot 2{,}22-3} = \sqrt{4{,}44-3} = \sqrt{1{,}44} = 1{,}2$

b) $T(x) = \sqrt{4x^2-1} \quad x = -1{,}25$

$D = ]-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}; \infty[$

$T(-1{,}25) = \sqrt{4\cdot(-1{,}25)^2-1} = \sqrt{4 \cdot \frac{25}{16} - 1} = \sqrt{\frac{5}{4} - 1} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

---

7. a) $\sqrt{2x-1} = 2 \;\Rightarrow\; 2x-1 = 4 \;\Rightarrow\; 2x = 5 \;\Rightarrow\; x = 2{,}5$

b) $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x+2} \;\Rightarrow\; 2x-1 = x+2 \;\Rightarrow\; x = 3$

c) $\dfrac{1}{\sqrt{x-1}} = \dfrac{2}{\sqrt{x}} \;\Rightarrow\; \dfrac{1}{x-1} = \dfrac{4}{x} \;\Rightarrow\; x = 4x-4 \;\Rightarrow\; -3x = -4 \;\Rightarrow\; x = \dfrac{4}{3}$

---

8. a) $\dfrac{6}{3\sqrt{3}} = \dfrac{2\cdot}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3} = \dfrac{2}{3}\sqrt{3}$

b) $\dfrac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \dfrac{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}} = \dfrac{3\sqrt{12}-2\sqrt{18}}{6} = \dfrac{6\sqrt{3}-6\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

c) $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \dfrac{(\sqrt{6}-\sqrt{3})\cdot(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)\cdot(\sqrt{3}+1)} = \dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{6}-3-\sqrt{3}}{3-2} = \dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}-\sqrt{3}-3}{2}$

d) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{6}\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{(\sqrt{2}-\sqrt{6})\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{6})} = \dfrac{\sqrt{12}+6}{2-6} = \dfrac{2\sqrt{3}+6}{-4} = -0{,}5\sqrt{3}-1{,}5$

---

9. Vereinfache

a) $(2\sqrt{6}-\sqrt{3})^2 - (\sqrt{6}-3\sqrt{2})\,(2\sqrt{3}-1) = 24-4\sqrt{18}+3-(2\sqrt{18}-\sqrt{6}-6\sqrt{6}+3\sqrt{2}) =$

$= 24-4\sqrt{18}+3-(2\sqrt{18}-\sqrt{6}-6\sqrt{6}+3\sqrt{2}) = 27-12\sqrt{2}-(6\sqrt{2}-7\sqrt{6}+3\sqrt{2}) =$

$= 27-12\sqrt{2}-6\sqrt{2}+7\sqrt{6}-3\sqrt{2} = 27-21\sqrt{2}+7\sqrt{6}$

b) $(\sqrt{14}\cdot\sqrt{42}+\sqrt{52})\,\sqrt{39} = (\sqrt{14\cdot 42}+2\sqrt{13})\cdot\sqrt{39} = (14\sqrt{3}+2\sqrt{13})\cdot\sqrt{39} =$

$= = 42\sqrt{13}+26\sqrt{3}$

c) $\sqrt{12}+\dfrac{1}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{7}{3}\sqrt{3}$

d) $\dfrac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}-1} + \dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{15}} = \dfrac{(\sqrt{3}+3)\cdot(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)\cdot(\sqrt{3}+1)} + \dfrac{3\sqrt{75}}{15} = \dfrac{3+\sqrt{3}+3\sqrt{3}+3}{3-1}+\sqrt{3} =$

$= \dfrac{6+4\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3} = 3+3\sqrt{3}$

e) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} - \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dfrac{2-\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{12}}{3-2} = 1-0{,}5\sqrt{2}-3\sqrt{2}-2\sqrt{3} = 1-3{,}5\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

f) $\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-5\sqrt{2}} - \dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2\sqrt{10}} = \dfrac{(\sqrt{10}-\sqrt{5})\cdot(2\sqrt{5}+5\sqrt{2})}{(2\sqrt{5}-5\sqrt{2})\cdot(2\sqrt{5}+5\sqrt{2})} - \dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{5})\cdot\sqrt{10}}{2\sqrt{10}\cdot\sqrt{10}} =$

$= \dfrac{2\sqrt{50}+5\sqrt{20}-10-5\sqrt{1020}}{20-50} - \dfrac{\sqrt{20}-\sqrt{50}}{20} =$

$= \dfrac{10\sqrt{2}+10\sqrt{5}-10-5\sqrt{10}}{-30} - \dfrac{2\sqrt{5}-5\sqrt{2}}{20} = -\dfrac{1}{3}\sqrt{2}-\dfrac{1}{3}\sqrt{5}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}\sqrt{10}-\dfrac{1}{10}\sqrt{5}+\dfrac{1}{4}\sqrt{2}$

$= -\dfrac{1}{12}\sqrt{2}-\dfrac{13}{30}\sqrt{5}+\dfrac{1}{6}\sqrt{10}+\dfrac{1}{3}$

---

10. Heron-Verfahren zur Bestimmung von $\sqrt{15}$ :

| Rechteck | Länge | Breite |
|---|---|---|
| Nr. 1 | $x_1 = 5$ | $y_1 = \frac{15}{x_1} = \frac{15}{5} = 3$ |
| Nr. 2 | $x_2 = \frac{x_1 + y_1}{2} = \frac{5+3}{2} = 4$ | $y_2 = \frac{15}{x_2} = \frac{15}{4} = 3{,}75$ |
| Nr.3 | $x_3 = \frac{x_2 + y_2}{2} = \frac{4 + \frac{15}{4}}{2} = \frac{31}{8} = 3{,}875$ | $y_3 = \frac{15}{x_3} = \frac{15}{\frac{31}{8}} = \frac{120}{31} = 3{,}870...$ |

$\sqrt{15} \approx 3{,}87$

---------------------------------------------------------------------------------------------------------------

11. $\sqrt{1{,}5}$ ist eine irrationale Zahl, 1,224744871392 aber nicht.

---------------------------------------------------------------------------------------------------------------