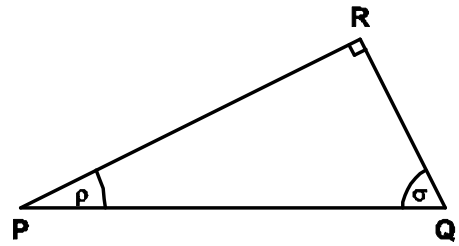


Sinus, Kosinus und Tangens

1. Gegeben ist das bei R rechtwinklige Dreieck PQR

mit den Seiten $\overline{PR} = 12 \text{ cm}$ und $\overline{QR} = 5 \text{ cm}$



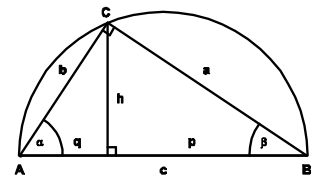
a) Gib den Sinus- Kosinus- und Tangenswert der Winkel ρ und σ exakt an.

b) Berechne die Werte dieser Winkel auf $0,01^\circ$ genau.

2. Es ist $\cos\alpha = \frac{15}{17}$. Berechne $\tan(90^\circ - \alpha)$.

3. Es ist $\sin\alpha = \frac{1}{5}\sqrt{5}$. Berechne den Kosinus- und Tangenswert dieses Winkels.

4. Berechne aus den gegebenen Größen in nebenstehendem rechtwinkligen Dreieck ABC die fehlenden Größen sowie den Flächeninhalt \mathcal{A}



a) $p = 5 \text{ cm}$ und $\beta = 70^\circ$

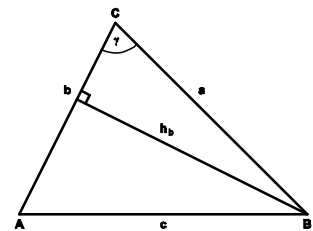
b) $p = 28 \text{ cm}$ und $q = 63 \text{ cm}$

c) $a = 12,5 \text{ cm}$ und $p = 4,4 \text{ cm}$

5. Flächeninhaltsberechnung eines Dreiecks

Für nebenstehendes Dreieck ABC gilt
 $a = 6 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ und $\gamma = 70^\circ$.

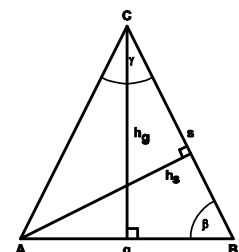
Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.



6. Berechnen die fehlenden Stücke der folgenden gleichschenkligen Dreiecke :

a) $s = 25 \text{ cm}$ und $g = 14 \text{ cm}$ b) $s = 9 \text{ cm}$ und $\beta = 70^\circ$

c) $s = 40 \text{ cm}$ und $h_s = 10 \text{ cm}$ d) $h_g = 57 \text{ cm}$ und $\gamma = 57^\circ$



7. In einem gleichschenkligen Dreieck ABC mit dem Flächeninhalt 12 cm^2 und der Spitze C messen die Basiswinkel $58,5^\circ$.

Berechnen die Seitenlängen und Längen der Höhen des Dreiecks.

8. Berechne die Längen der Seiten und Höhen eines gleichschenkligen Dreiecks mit dem Umkreisradius 10 cm und dem Winkel $\gamma = 26,57^\circ$.

9. Ein Rechteck hat die Fläche $A = 20 \text{ cm}^2$.

Die Diagonale bildet mit einer Seite zusammen einen Winkel von $\alpha = 51,3^\circ$.

Wie lang und breit ist das Rechteck?

10. Ein Flugzeug überfliegt die Städte A und B entlang ihrer 40 km langen Verbindungsstraße. Zu einem bestimmten Zeitpunkt wird das Flugzeug von A aus unter einem Höhenwinkel von $22,7^\circ$ beobachtet.

Gleichzeitig sieht man es von B aus unter einem Höhenwinkel von $48,5^\circ$.

Wie hoch fliegt das Flugzeug ?

Lösungen

1. a) $\overline{PQ}^2 = \overline{PR}^2 + \overline{QR}^2 \Rightarrow \overline{PQ} = \sqrt{12^2 + 5^2} \text{ cm} = 13 \text{ cm}$

$$\sin \rho = \frac{5}{13} \quad \cos \rho = \frac{12}{13} \quad \tan \rho = \frac{5}{12} \Rightarrow \rho \approx 22,62^\circ$$

b) $\sin \sigma = \frac{12}{13} \quad \cos \sigma = \frac{5}{13} \quad \tan \sigma = \frac{12}{5} \Rightarrow \sigma \approx 67,38^\circ$

2. Wähle rechtwinkliges Dreieck mit $b = 15$ und $c = 17$.

Dann gilt $\cos \alpha = \frac{15}{17}$ und $b = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$. Es ist $\tan \beta = \tan(90^\circ - \alpha) = \frac{b}{c} = \frac{8}{15}$

3. Wähle ein rechtwinkliges Dreieck mit $a = \sqrt{5}$ und $c = 5$. Dann ist

$$b = 2\sqrt{5} \text{ und damit ist } \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ und } \tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$

4.

	a	b	c	p	q	h	α	β	\mathfrak{A}
a)	14,6 cm	40,2 cm	42,7 cm	5 cm	37,7 cm	13,7 cm	20°	70°	294 cm^2
b)	50,5 cm	75,7 cm	91 cm	28 cm	63 cm	42 cm	$33,7^\circ$	$56,3^\circ$	1911 cm^2
c)	12,5 cm	33,2 cm	35,5 cm	4,4 cm	31,1 cm	17,8 cm	$20,6^\circ$	$69,4^\circ$	208 cm^2

$$5. A = \frac{1}{2} b \cdot h_b$$

$$\sin \gamma = \frac{h_b}{a} \Rightarrow h_b = a \cdot \sin \gamma$$

$$\text{Eingesetzt: } A = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma \quad A = \frac{1}{2} \cdot 30 \text{ cm}^2 \cdot \sin 70^\circ \approx 14,1 \text{ cm}^2$$

6.

	g	s	h_g	h_s	β	γ
a)	14 cm	25 cm	24 cm	13,4 cm	$73,7^\circ$	$35,5^\circ$
b)	6,2 cm	9 cm	8,5 cm	5,8 cm	70°	40°
c)	10,1 cm	40 cm	39,7 cm	10 cm	$82,8^\circ$	$14,5^\circ$
d)	61,9 cm	54,4 cm	57 cm	57 cm	$61,5^\circ$	57°

$$7. \tan \alpha = \frac{h}{\frac{c}{2}} \Rightarrow h = \frac{c}{2} \cdot \tan \alpha$$

$$A = \frac{1}{2} c \cdot h = \frac{1}{2} c \cdot \frac{c}{2} \cdot \tan \alpha = \frac{1}{4} c^2 \cdot \tan \alpha \Rightarrow c = \sqrt{\frac{4A}{\tan \alpha}} \quad c = \sqrt{\frac{48 \text{ cm}^2}{\tan 58,5^\circ}} \approx 5,4 \text{ cm}$$

$$h \approx 5,4 \text{ cm} \cdot \tan 58,5^\circ \approx 8,8 \text{ cm}$$

$$8. \cos \frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{r} \Rightarrow a = 2r \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \quad a = 20 \text{ cm} \cdot \cos 13,285^\circ \approx 19,4 \text{ cm}$$

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{c}{2}}{a} \Rightarrow c = 2a \cdot \sin \frac{\gamma}{2} \quad c \approx 9 \text{ cm}$$

$$\tan \frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{c}{2}}{h_c} \Rightarrow h_c = \frac{\frac{c}{2}}{\tan \frac{\gamma}{2}} \approx 19 \text{ cm}$$

$$\sin \gamma = \frac{h_a}{a} \Rightarrow h_a = a \cdot \sin \gamma \quad h_a \approx 8,8 \text{ cm}$$

$$9. \sin \alpha = \frac{b}{d} \Rightarrow b = d \cdot \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{d} \Rightarrow a = d \cdot \cos \alpha$$

$$A = d \cdot \cos \alpha \cdot d \cdot \sin \alpha = d^2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \Rightarrow d^2 = \frac{A}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}$$

$$a = \sqrt{\frac{20 \text{ cm}^2}{\cos 51,3^\circ \cdot \sin 51,3^\circ}} \approx 6,4 \text{ cm}$$

$$b = 6,4 \text{ cm} \cdot \sin 51,3^\circ \approx 5,00 \text{ cm}$$

$$a = 6,4 \text{ cm} \cdot \cos 51,3^\circ \approx 4,00 \text{ cm}$$

$$10. \tan \alpha = \frac{h}{d_1} \Leftrightarrow h = d_1 \cdot \tan \alpha \text{ und } \tan \beta = \frac{h}{d_2} \Leftrightarrow h = d_2 \cdot \tan \beta$$

$$d_1 \cdot \tan \alpha = d_2 \cdot \tan \beta \Leftrightarrow d_1 \cdot \tan \alpha = (d - d_1) \cdot \tan \beta \Leftrightarrow d_1 \cdot \tan \alpha = d \cdot \tan \beta - d_1 \cdot \tan \beta$$

$$d_1 \cdot \tan \alpha + d_1 \cdot \tan \beta = d \cdot \tan \beta \Leftrightarrow d_1 \cdot (\tan \alpha + \tan \beta) = d \cdot \tan \beta \Leftrightarrow d_1 = \frac{d \cdot \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta}$$

$$d_1 = \frac{40 \text{ km} \cdot \tan 48,5^\circ}{\tan 22,7^\circ + \tan 48,5^\circ} \approx 29,2 \text{ km}$$

$$h \approx 29,2 \text{ km} \cdot \tan 22,7^\circ \approx 9,3 \text{ km}$$
