

## I. Die ganzen Zahlen

### 1.1 Die natürlichen Zahlen

Die natürlichen Zahlen erhalten wir, wenn wir zählen :

1

$1 + 1 = 2$

$2 + 1 = 1 + 1 + 1 = 3$

usw.

Sie bilden die **Menge**

$$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; \dots\}$$

der natürlichen Zahlen.

$\{ \}$  heißen **Mengenklammern**. Zwischen ihnen stehen die Dinge (= **Elemente**), die zur

Menge gehören.

2 ist eine natürliche Zahl. Man schreibt  $2 \in \mathbb{N}$  und spricht "2 ist Element von  $\mathbb{N}$ ".

**Teilmengen** der natürlichen Zahlen sind z. B.

a) die Menge der **geraden Zahlen**  $G = \{2; 4; 6; \dots\}$

Man schreibt dann  $G \subset \mathbb{N}$  und spricht "*G ist eine echte Teilmenge von  $\mathbb{N}$* ".

b) die Menge der **ungeraden Zahlen**  $U = \{1; 3; 5; \dots\}$

c) die **Vielfachmengen** von 3, 4, 5 usw.

$$V_3 = \{3; 6; 9; 12; \dots\}, V_4 = \{4; 8; 12; 16; \dots\}, V_5 = \{5; 10; 15; 20; \dots\} \text{ usw.}$$

e) die Menge der **Primzahlen**  $P = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; \dots\}$ .

**$\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{G}$ ,  $\mathbb{U}$ , die Vielfachmengen und  $P$  bestehen aus unendlich vielen Elementen.**

Teilmengen mit endlich vielen Elementen sind

e) die **Teilmengen** von 1, 2, 3 usw.

$$T_1 = \{1\}, T_2 = \{1; 2\}, T_3 = \{1; 3\}, T_4 = \{1; 2; 4\}, T_5 = \{1; 5\}, T_6 = \{1; 2; 3; 6\}$$

usw.

Die Menge, die kein Element besitzt, heißt **leere Menge**  $\{\}$ .

Die Anzahl ihrer Elemente ist 0. Die Null ist keine natürliche Zahl.

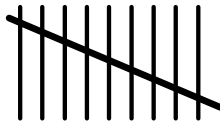
Man schreibt  $0 \notin \mathbb{N}$  und spricht "*0 ist kein Element von  $\mathbb{N}$* "

---



## 1.2 Das Zehnersystem

---



Wir bündeln :

Zehn Einer fassen wir zu einem Zehner zusammen.

Zehn Zehner ergeben einen Hunderter, zehn Hunderter einen Tausender usw.

Eine Zahl geben wir dann in der Stellenschreibweise mit Hilfe der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 an.

Jede Ziffer hat dann ein **Zahlen-** und einen **Stellenwert**. Ist eine Stelle nicht besetzt, dann schreiben wir an dieser Stelle die Ziffer 0 (Null).

### Stellentafel

1	0	2	3	0	0	4	5	6	0	0	0	7	8	9
<b>HB</b>	<b>ZB</b>	<b>B</b>	<b>HMd</b>	<b>ZMd</b>	<b>Md</b>	<b>HM</b>	<b>ZM</b>	<b>M</b>	<b>HT</b>	<b>ZT</b>	<b>T</b>	<b>H</b>	<b>Z</b>	<b>E</b>
<b>Billionen</b>			<b>Milliarden</b>			<b>Millionen</b>			<b>Tausender</b>					

Die Zahl lautet also

hundertzwei Billionen dreihundert Milliarden vierhundertsechsfünfzig Millionen siebenhundertneunundachtzig

Die Zahlen

$1 = 10^0$	<b>eins</b>
$10 = 10 = 10^1$	<b>zehn</b>
$100 = 10 \cdot 10 = 10^2$	<b>hundert</b>
$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$	<b>tausend</b>
$10000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$	<b>zehntausend</b>
$100000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5$	<b>hunderttausend</b>
$1000000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6$	<b>eine Million</b>

usw. heißen **Stufenzahlen**.

$10^2$ ,  $10^3$  usw. nennt man **Zehnerpotenzen**.

Die hochgestellte Zahl nennt man **Hochzahl** oder **Exponent**. Ist die Hochzahl größer als 1, dann gibt sie an, wie oft 10 mit sich selbst malgenommen wird.

Auch runde große Zahlen schreibt man mit Hilfe von Zehnerpotenzen.

**Beispiele :**

a)  $6000000000 = 6 \cdot 1000000000 = 6 \cdot 10^9$

b)  $2 \cdot 10^8 = 200000000 = \text{zweihundert Millionen}$

Wichtige Stufenzahlen

	<b>Name</b>
$10^6$	<b>eine Million</b>
$10^9$	<b>eine Milliarde</b>
$10^{12}$	<b>eine Billion</b>
$10^{15}$	<b>eine Billiarde</b>
$10^{18}$	<b>eine Trillion</b>
$10^{21}$	<b>eine Trilliarde</b>
$10^{24}$	<b>eine Quadrillion</b>
$10^{27}$	<b>eine Quadrilliarde</b>

Die Zahl  $10^{100}$  nennt man **1 Gogol**.

---

## Aufgaben :

---

---

### 1. Schreibe in Stufen

Beispiel : 10200330004 = 1 ZMd 2 HM 3 HT 3ZT 4 E

- a) 90800070000600                      b)  $102003 \cdot 10^5$
- 

### 2. Schreibe in Ziffern

a) siebzig Billionen dreiundsiebzig Millionen siebenhundertdreißigtausendzehn

b) 9 ZB 8 Md 7 ZT 6 E

c) die kleinste ungerade Zahl, die alle geraden Ziffern enthält.

---

### 3. Schreibe in Worten

- a) 102000340005                      b)  $1002 \cdot 10^8$
- 

### 4. Schreibe mit Zehnerpotenzen

Beispiel : 910000 =  $91 \cdot 10000 = 91 \cdot 10^4$

- a) 10200000    b) einhundert Milliarden
- 

### 5. 2002 ist eine Zahl, die vorwärts und rückwärts gelesen gleich lautet.

Welche der folgenden Zahlen hat diese Eigenschaft nicht ?

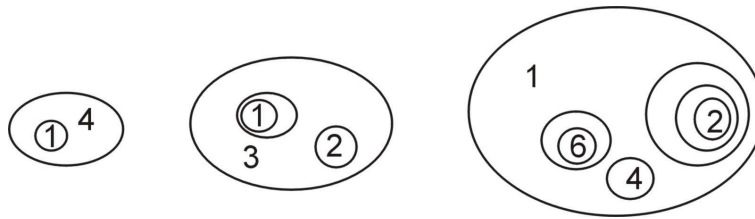
- a) 1991    b) 2323    c) 2112    d) 2222    e) 1881
- 

### 8. In einem Spiel zählt man von 1 bis 100 und klatscht immer mit den Händen, wenn man eine Zahl sagt, die ein Vielfaches von 3 ist, oder die Ziffer 3 an der Einerstelle hat (oder beides).

Wie oft wird im Spiel geklatscht ?

---

9. In Scheibien schreibt man die Zahl 14 wie in Bild 1 und 123 wie in Bild 2.



Welche Zahl sieht man in Bild 3 ?

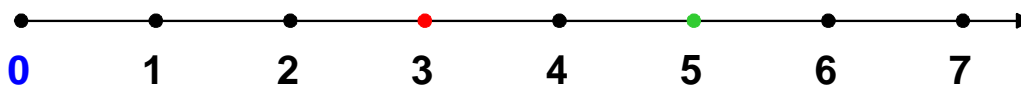
-----

9. Welche vier Ziffern müssen von der Zahl 4921508 entfernt werden, um die kleinstmögliche dreiziffrige Zahl zu erhalten ?

-----

### 1.3 Der Zahlenstrahl

Die natürlichen Zahlen lassen sich auf dem **Zahlenstrahl** ihrer Größe nach anordnen.



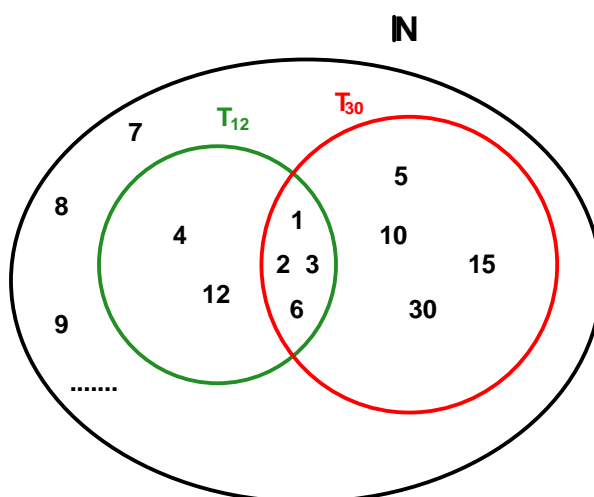
Schreibweise	Sprechweise
$3 < 5$	<i>3 ist kleiner als 5</i>
$5 > 3$	<i>5 ist größer als 3</i>
$3 \leq 5$	<i>3 ist kleiner oder gleich 5</i>
$3 \geq 3$	<i>3 ist größer oder gleich 3</i>

Die kleinste natürliche Zahl ist 1. Alle anderen natürlichen Zahlen besitzen einen **Vorgänger** und einen **Nachfolger**.

Es gibt keine größte natürliche Zahl.

Eine ungeordnete Darstellung der natürlichen Zahlen und ihrer Teilmengen sind Mengendiagramme.

**Beispiel :**  $T_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$  und  $T_{30} = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$



Die Zahlen 1, 2, 3 und 6 sind Elemente von  $T_{12}$  und  $T_{30}$ . Man nennt sie deshalb gemeinsame Teiler von 12 und 30.

Der **größte gemeinsame Teiler** von 12 und 36 ist damit 6 und man schreibt  $\mathbf{ggT}(12; 30) = 6$



## Aufgaben

---

---

1. Gib den Vorgänger an

78 010 000 000

---

2. Gib den Nachfolger an

3 909 909 999

---

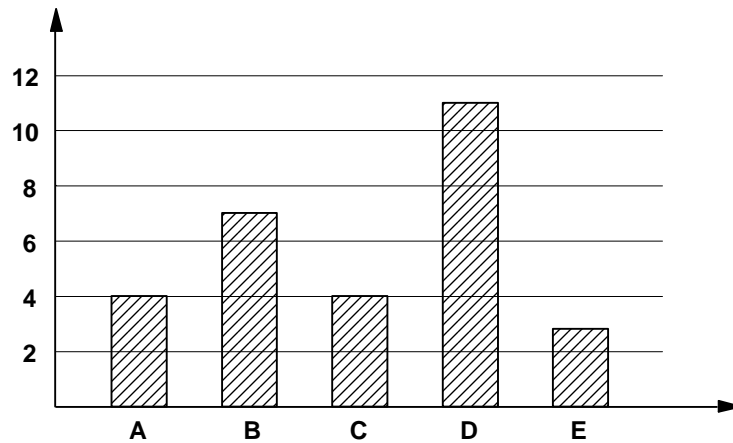
## 1.4. Veranschaulichung von Zahlen - Tabellen und Diagramme

---

### Klassensprecherwahl

Name	Andreas	Bernhard	Claudia	Doris	Emil
Anzahl der Stimmen	4	7	4	11	3

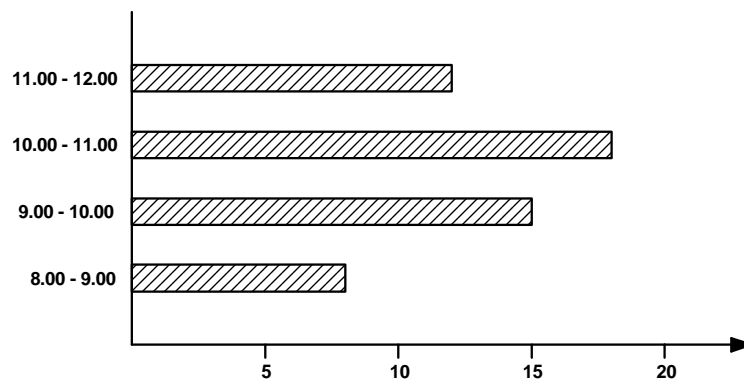
### Säulendiagramm



### Anzahl der Kunden an einem Bankschalter

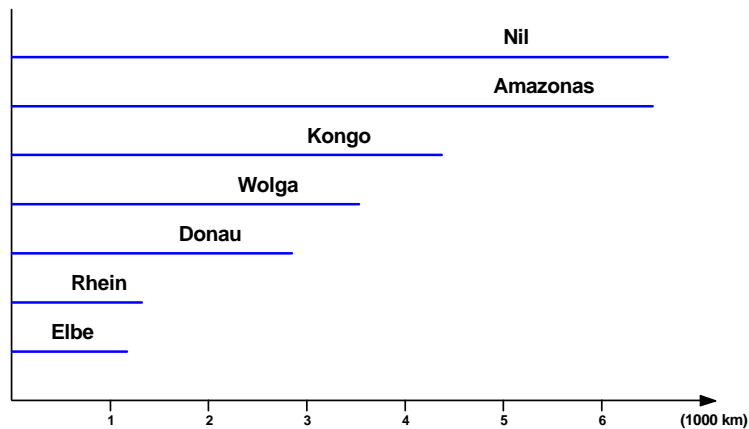
Uhrzeit	8.00 - 9.00	9.00 - 10.00	10.00 - 11.00	11.00 - 12.00
Anzahl der Kunden	8	15	18	12

### Balkendiagramm



## Flusslängen

Name	Länge
Elbe	1170 km
Rhein	1320 km
Donau	2850 km
Wolga	3531 km
Kongo	4374 km
Amazonas	6518 km
Nil	6671 km



---

## Aufgaben

1. Im Urlaub gab Herr Koiner an den fünf Tagen (auf € gerundet) folgende Beträge aus

Tag	1	2	3	4	5
Betrag	52 €	65 €	48 €	77 €	40 €

a) Veranschauliche Koiner's Ausgaben in einem Säulendiagramm

b) Berechne, wie viel Herr Koiner im Durchschnitt täglich ausgegeben hat.

---

## 1.5. Die römischen Zahlzeichen

---

Verwendet werden die Zeichen

<b>I = 1</b>	<b>V = 5</b>	<b>X = 10</b>	<b>L = 50</b>	<b>C = 100</b>	<b>D = 500</b>	<b>M = 1000</b>
--------------	--------------	---------------	---------------	----------------	----------------	-----------------

Andere Zahlen stellen wir durch Nebeneinanderstellen dieser Zeichen dar. Dabei gilt

1. Steht hinter einem Zahlzeichen das Zahlzeichen einer gleichen oder kleineren Zahl, dann addiert man die Zahlenwerte.

Die Zeichen I, X, C, M stehen höchstens dreimal nebeneinander.

**Beispiele :**

a) II = 1 + 1 = 2    b) VII = 5 + 1 + 1 = 7    c) XIII = 10 + 1 + 1 + 1 = 13

d) CLX = 100 + 50 + 10 = 160

e) MCCXVII = 1000 + 100 + 100 + 10 + 5 + 1 + 1 = 1217

2. Steht vor einem Zahlzeichen das Zeichen einer kleineren Zahl, dann subtrahiert man die kleinere Zahl von der größeren.

Es darf jeweils höchstens ein Zeichen einer kleineren Zahl vorgestellt werden.

**Beispiele :**

a) IV = 5 - 1 = 4    b) IL = 50 - 1 = 49    c) XC = 100 - 10 = 90

d) CMLII = 1000 - 100 + 50 + 1 + 1 = 952

3. Die Zeichen V, L, D werden nie vorgestellt und wiederholt verwendet werden.

**Das römische Zahlensystem ist kein Stellenwertsystem und hat keine eindeutige Zahl-darstellung.**

**Beispiele :**

a) IC = 100 - 1 = 99 und XCIX = 100 - 10 + 10 - 1 = 99

b) 999 = IM und 999 = CMXCIX

---

## Aufgaben

---

---

### 1. Schreibe im Zehnersystem

- a) XVI , XXVIII , XXXIV , XXXIX , XLVI , LXVI , XLIX , IL, LXXIV
  - b) XCVIII , CV , XCIV , CX , CLV , CIX, CCLXX , CCCIL , CCXLII
  - c) DCCCXII , CDXLIV , DXCV , DCCLXXVII , MCI , DL , ID, XDIV , DIC
  - d) MDL , MXCIX , CMIX , MDXLVI , MMX , MCMXIX , MCMLV , MDCXCI
- 

### 2. Schreibe mit römischen Zahlzeichen

- a) 9 , 14 , 18 , 27, 72 , 39 , 44 , 59
  - b) 93, 88, 96 , 102 , 112 , 124
  - c) 214 , 748 , 902 , 444 , 209 , 888 , 456
  - d) 1716 , 1927 , 1813 , 1417 , 1007 , 1313 , 1848
-