

In den Jahren 2005, 2006 und 2007 wurde jeweils eine repräsentative Umfrage unter 2000 Menschen in Deutschland zum Thema "Rauchverbot in Restaurants" durchgeführt. Im Jahr 2007 haben dabei 67,0 % ein Rauchverbot befürwortet.

1. Die Anzahl der Befürworter des Rauchverbots unter den Befragten ist im Jahr 2007 im Vergleich zum Jahr 2006 um 160 Personen, im Vergleich zum Jahr 2005 um 280 Personen größer.

Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Befürworter des Rauchverbots in den Jahren 2005 und 2006.

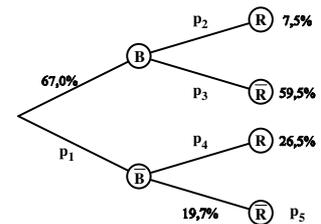
2. Aus den Befragten des Jahres 2007 wird eine Person zufällig ausgewählt. Dabei werden die Ereignisse

B: Die Person befürwortet ein Rauchverbot in Restaurants

und

R : Die Person ist Raucher

betrachtet (vgl. auch nebenstehendes Baumdiagramm).



- a) Beschreiben Sie das Ereignis in Worten, dessen W'keit im obigen Baumdiagramm mit 7,5% angegeben ist.

Berechnen Sie die W'keiten p_1, p_2, p_3, p_4 und p_5 aus obigem Baumdiagramm in Prozent auf eine Nachkommastelle genau.

- c) Begründen Sie mit Hilfe entsprechender W'keiten, dass die Ereignisse B und R stochastisch abhängig sind.

- d) Bei welcher der folgenden Zahlen kann es es sich um die Anzahl der Raucher unter den befragten Personen handeln ? Begründen Sie Ihre Antwort.

150 530 680 1340

- e) Wie viel Prozent der Raucher haben das Rauchverbot befürwortet ?

3. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass in der Bevölkerung 67 % as Rauchverbot in Restaurants befürworten.

- a) Wie groß ist die W'keit dafür, dass sich unter 12 zufällig a. sgewählten Personen höchstens 10 Befürworter befinden ?

- b) Wie viele Personen müssen mindestens zufällig ausgewählt werden, damit ich mit einer W'keit von mehr als 99 % wenigstens ein Be worter darunter befindet ?

4. Es wird angezweifelt, dass der Anteil der Befürworter des Rauchverbots derzeit noch 67% beträgt. Vielmehr wird vermutet, dass der Prozentsatz gegenwärtig höchstens bei 60% liegt. Um diese Vermutung zu testen, wird eine Befragung; von 100 zufällig ausgewählten Personen durchgeführt.

Wie muss die Entscheidungsregel mit einem möglichst großen Ablehnungsbereich lauten, wenn die Vermutung mit einer W'keit von höchstens 5% irrtümlich abgelehnt werden soll ?

5. Die SMV eines Gymnasiums , ächte den Anteil der Raucherinnen unter den Schülerinnen der Mittelstufe an der eigenen Schule ermitteln. Sie führt deshalb eine Befragung durch.

Dabei wird die so genannte Dunkel- Feldmethode verwendet, die durch ne Anonymisierung der Daten ehrliche Antworten gewährleisten soll.

Bei dieser Methode zieht die Befragte fällig eine der drei abgebildeten, verdeckt liegenden Karten und beantwortet die Frage wahrheitsgemäß mit "Ja" oder "Nein".

Der Interviewer notiert n r diese Antwort, ohne zu wissen, welche Karte jeweils gezogen wurde.



Von 357 auf diese Weise befragten Mädchen haben 138 mit "Ja" geantwortet. Bestimmen Sie den Schätzwert für den Anteil d Raucherinnen unter den Schülerinnen, der sich aus diesen Angaben herleiten lässt.

Lösung

1. 67% von $2000 = 1340$

$$2006 : 1340 - 160 = 1180 \quad \frac{1180}{2000} = 59\%$$

$$2005 : 1340 - 280 = 1060 \quad \frac{1060}{2000} = 53\%$$

2. a) E : Die Person ist Raucher und befürwortet das Rauchverbot in Restaurants.

b) $p_1 = 1 - 0,670 = 0,330 = 33,0\%$

$$0,67 \cdot p_2 = 0,075 \Rightarrow p_2 = 11,2\%$$

$$p_3 = 1 - p_2 = 88,8\%$$

$$p_4 = 1 - 0,197 = 80,3\%$$

$$p_5 = 0,33 \cdot 0,197 = 6,5\%$$

c) $P(B) = 0,67 \quad P(R) = 0,075 + 0,265 = 0,34 \Rightarrow P(B) \cdot P(R) = 0,2278$

$$P(B \cap R) = 0,075$$

d) $(0,075 + 0,265) \cdot 2000 = 680$

e) $\frac{0,075}{0,34} \approx 0,22$

Etwa 22% der Raucher haben das Rauchverbot befürwortet.

3. a) $P(X \leq 10) = 1 - P(X \geq 100) = 1 - \binom{12}{11} \cdot 0,67^{11} \cdot 0,33 - \binom{12}{12} \cdot 0,67^{12} \approx 94,3\%$

b) $P(X \geq 1) > 0,99 \Leftrightarrow P(X=0) < 0,01 \Leftrightarrow 0,33^n < 0,01$

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln 0,33 < \ln 0,01 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,33} \approx 4,15$$

Emüssen mindestens 5 Personen befragt werden.

4. $\mathbb{A} = \{0, \dots, k\}$ und $\bar{\mathbb{A}} = \{k+1, \dots, 100\}$

$$P(X > k) \leq 0,05 \Rightarrow P(X \leq k) \geq 0,95 \Rightarrow F_{0,6}^{100}(k) \geq 0,95$$

Man lehnt die Vermutung ab, wenn mindestens 69 Personen das Rauchverbot befürworten.

5. Die Person antwortet mit ja, wenn die die Karte mit dem Kreis erhält oder wenn die Person ein Rauer ist die rechte Karte erhält. Also

$$\left[\frac{2}{3} \cdot p + \frac{1}{3} \cdot (1 - p) \right] \cdot 357 = 138 \Rightarrow p \approx 0,16$$
