

1. Anlässlich einer Studie wurden 2000 Jugendliche im Alter von 18 Jahren zu ihren Ernährungsgewohnheiten befragt.

Von den Befragten gaben 740 an, am Morgen nicht zu frühstücken. Von diesen 740 "Nichtfrühstückern" waren 420 berufstätig.

Unter den 1260 "Frühstückern" waren 800 nicht berufstätig.

Aus den Befragten wird eine Person zufällig ausgewählt. Untersuchen Sie, ob die Ereignisse

F: Die Person frühstückt am Morgen und B : Die Person ist berufstätig:

stochastisch abhängig sind.

-----  
Das Unternehmen "Müsli-4-U" bietet über das Internet individuell zusammenstellbare Müsli-packungen an.

Für die Zusammenstellung kann aus 2 Basismischungen sowie aus 9 Frucht-, 4 Nuss- und 3 Getreidezusätzen gewählt werden.

2. Wie viele verschiedene Müsli-Packungen können zusammengestellt werden, wenn jede genau eine Basismischung und genau 4 verschiedene Zusätze enthalten soll ?

- 3. Im Rahmen einer Aktion "Gesundes Frühstück" konnte "Müsli-4-U" an einem Gymnasium als Kooperationspartner gewonnen werden. Der Kooperationspartner liefert jeder Klasse täglich eine Gratis-Packung Müsli, das aus genau einer Basismischung und genau 2 Zusätzen zusammengestellt wird.

Die beiden Zusätze stammen dabei jeweils aus zwei verschiedenen der Bereiche "Früchte", "Nüsse" beziehungsweise "Getreide".

- a) Bestätigen Sie durch Rechnung, dass es 150 verschiedene Möglichkeiten gibt, eine solche Gratis-Packung zusammenzustellen.

Im Folgenden wird angenommen, dass jede dieser 150 Möglichkeiten gleich wahrscheinlich ist und die Lieferung der einzelnen Packungen unabhängig voneinander erfolgt.

- b) Es gibt Schüler, die aufgrund einer Allergie keine Nüsse essen dürfen. Berechnen Sie die W'keit dafür, dass eine Gratis-Packung keinen Nusszusatz enthält.

[ Ergebnis : 36% ]

- c) Berechnen Sie die W'keit dafür, dass in der Klasse 8a an mindestens 4 von 5 Tagen einer Schulwoche die gelieferte Gratis-Packung keinen Nusszusatz enthält.

- d) Formulieren Sie ein zum Sachzusammenhang der Teilaufgabe 3c passendes Ereignis D, das die W'keit

$$P(D) = 0,36^2 \cdot \binom{3}{2} \cdot 0,36^2 \cdot 0,64$$

- e) Wie viele Gratis-Packungen müssen mindestens zusammengestellt werden, damit mit mehr als 99 % W'keit mindestens eine Packung ohne Nusszusatz dabei ist ?
- f) Das Unternehmen "Müsli-4-U" möchte bei seinen Produkten den Geschmack von Jugendlichen stärker berücksichtigen.

Es vermutet, dass mindestens 50 % der Jugendlichen ein Müsli ohne Nusszusatz bevorzugen. Um diese Vermutung zu testen, werden 100 zufällig ausgewählte Jugendliche befragt.

Wie muss die Entscheidungsregel mit einem möglichst großen Ablehnungsbereich lauten, wenn die Vermutung des Unternehmens mit einer W'keit von höchstens 10% irrtümlicherweise verworfen werden soll ?

---

4. Den über das Internet bei "Müsli-4-U" bestellten Müslipackungen wird jeweils mit der W'keit  $p$  ein Gutschein beigelegt.

a) Zeigen Sie :

Die W'keit dafür, dass sich in genau 4 von 6 über das Internet bestellten Packungen jeweils ein Gutschein befindet, kann durch eine Funktion  $f$  mit dem Term  $f(p) = 15 \cdot (p^6 - 2p^5 + p^4)$ ,  $p \in [0; 1]$ , beschrieben werden.

b) Bestimmen Sie die Nullstellen der ersten Ableitung der Funktion  $f$  aus Teilaufgabe 4.a).

Interpretieren Sie jede dieser Nullstellen im Anwendungszusammenhang.

---

## Lösung

---

---

1.

	F	$\bar{F}$	
B	460	420	880
$\bar{B}$	800	320	1120
	1260	740	

$$P(F) = \frac{1260}{2000} = 0,63 \text{ und } P(B) = \frac{880}{2000} = 0,44 \text{ sowie } P(F \cap B) = \frac{460}{2000} = 0,23$$

$$0,63 \cdot 0,44 = 0,2772 \neq 0,23$$

Die Ereignisse Fund B sind voneinander abhängig.

---

$$2. \binom{2}{1} \cdot \binom{9+4+3}{4} = \binom{2}{1} \cdot \binom{16}{4} = 3640$$

---

$$3. a) \binom{2}{1} \cdot \binom{9}{1} \cdot \binom{4}{1} + \binom{2}{1} \cdot \binom{9}{1} \cdot \binom{3}{1} + \binom{2}{1} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} = 72 + 54 + 24 = 150$$

$$b) p = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{9}{1} \cdot \binom{3}{1}}{150} = \frac{54}{150} = 0,36 = 36\%$$

$$c) P(X \geq 4) = \binom{5}{4} \cdot 0,36^4 \cdot 0,64 + \binom{5}{5} \cdot 0,36^5 \approx 6,0\%$$

d) Die am montags bzw. dienstags gelieferte Packung enthält keinen Nusszusatz, aber an genau einander restlichen drei Wochentage wird eine Packung mit Nusszusatz geliefert..

$$e) P(X \geq 1) > 0,99 \Leftrightarrow P(X=0) < 0,01 \Leftrightarrow 0,64^n < 0,01$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln 0,64 < \ln 0,01 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,64} \approx 10,32$$

Man muss mindestens 11 Packungen bestellen.

$$f) \mathbb{A} = \{k+1, \dots, 100\} \text{ und } \bar{\mathbb{A}} = \{0, \dots, k\}$$

$$P(X \leq k) \leq 0,10 \Rightarrow F_{0,5}^{100}(k) \leq 0,10$$

Man lehnt die Vermutung ab, wenn weniger als 44 Jugendliche ein Müsli ohne Nusszusatz bevorzugen.

---

$$4. a) P(X = 4) = B(n; p; 4) = \binom{6}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p)^2 = 15 \cdot (p^6 - 2p^5 + p^4)$$

$$b) f'(p) = 15 \cdot (6p^5 - 10p^4 + 4p^3) = 0 \Leftrightarrow 30p^3 \cdot (3p^2 - 5p + 2) = 0$$

$$p = 0 \vee 3p^2 - 5p + 2 = 0 \Leftrightarrow p = 0 \vee p = 1 \vee p = \frac{2}{3}$$

Für  $p = 0$  oder  $p = 1$  erhält man ein Minimum der W'keit und für  $p = \frac{2}{3}$  ein Maximum der W'keit.

---