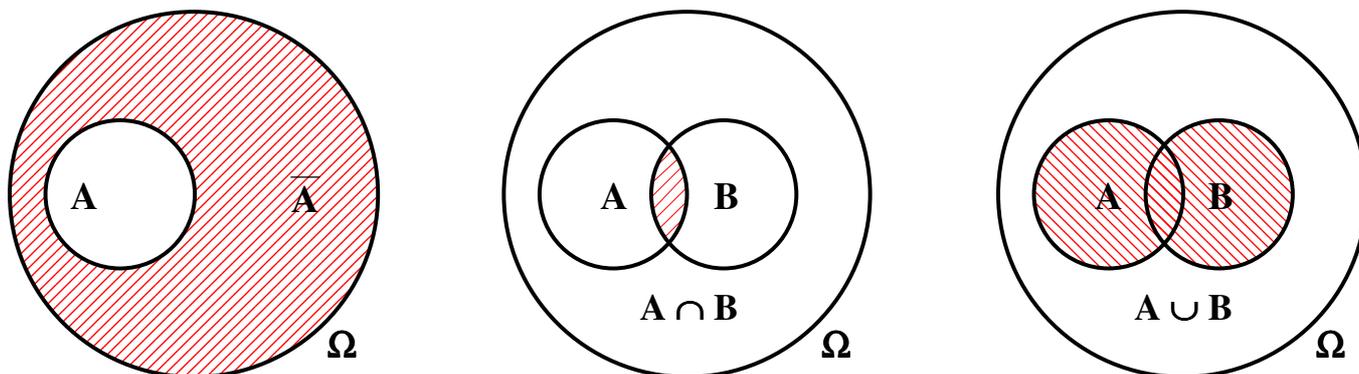


I. Zufallsexperimente, Ergebnismenge und Ereignisse



Definitionen : *Ereignis - Ereignisalgebra*

NICHT-Ereignis: \bar{A}

UND-Ereignis: $A \cap B$

ODER-Ereignis: $A \cup B$

De Morgan. $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ und $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

Techniken : *Baumdiagramme für Stufenexperimente*

Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Tritt bei der n -maligen Durchführung eines Zufallsexperiments das Ereignis A genau k -mal auf, dann heißt

$$h_n(A) = \frac{k}{n}$$

die relative Häufigkeit des Ereignisses.

Wahrscheinlichkeit

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad \text{und} \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Laplace-Experimente

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der für A günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller Ergebnisse}} = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Zählprinzip

Fakultät (Anordnung)

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

Binomialkoeffizient (Auswahl)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Urnexperimente

Urneninhalt: n_1 Kugeln der Sorte A und n_2 Kugeln der Sorte B

Gesamtzahl der Kugeln: $n = n_1 + n_2$ sei die Gesamtzahl der Kugeln in der Urne.

Experiment: Entnahme von ($k \leq n$) Kugeln

Ereignis E: k_1 weiße und k_2 schwarze Kugeln mit $k_1 + k_2 = k$ werden gezogen

	Ziehung	
a)	gleichzeitig	$P(E) = \frac{\binom{n_1}{k_1} \cdot \binom{n_2}{k_2}}{\binom{n}{k}}$
b)	hintereinander ohne Zurücklegen	Baumdiagramm [äquivalent zu a)]
c)	hintereinander mit Zurücklegen	Baumdiagramm [Bernoullikette]

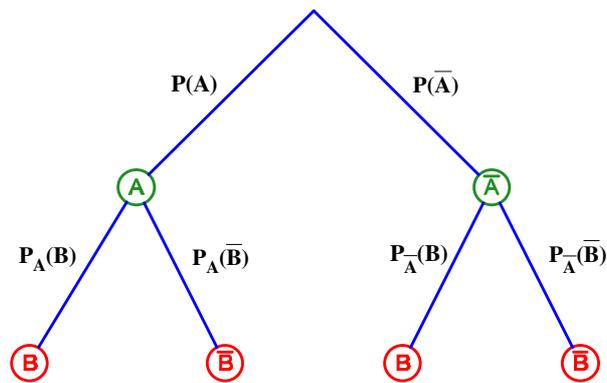
Bedingte Wahrscheinlichkeit, Pfadregeln und Unabhängigkeit

Vierfeldertafel

	B	\bar{B}	
A	$P(A \cap B)$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(A)$
\bar{A}	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
	$P(B)$	$P(\bar{B})$	

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Baumdiagramm



1. Pfadregel

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P_A(B)$$

2. Pfadregel

$$P(B) = P(A) \cdot P_A(B) + P(\bar{A}) \cdot P_{\bar{A}}(B)$$

Unabhängigkeit

$$P_A(B) = P(B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Zufallsgrößen

Wahrscheinlichkeitsverteilung

x_1	x_1	x_2	x_n
$P(X = x_1)$	$P(X = x_1)$	$P(X = x_2)$	$P(X = x_n)$

Graphische Darstellungen: Histogramm und Srichdiagramm

Erwartungswert

$$E(X) = \mu = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \dots + P(X = x_n)$$

Varianz

$$\text{Var}(X) = (x_1 - \mu)^2 \cdot P(X = x_1) + (x_2 - \mu)^2 \cdot P(X = x_1) + \dots + (x_n - \mu)^2 \cdot P(X = x_n)$$

Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

Verteilungsfunktion

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Binomialverteilung

Bernoulli-Experiment - Bernoullikette - Binomialverteilung

Bernoullische Formel

$$P(X = k) = B(n; p; k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} \quad \text{mit } q = 1 - p$$

Erwartungswert und Varianz

$$E(X) = n \cdot p \quad \text{und} \quad \text{Var}(X) = n \cdot p \cdot q$$

Verteilungsfunktion

$$P(X \leq k) = F_p^n(k) = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot q^{n-i}$$

Aufgabentypen

Summenwahrscheinlichkeiten

Mindestens-mindestens-mindestens- Probleme

Kleine Stichproben aus großen Mengen

Testen von Hypothesen

	H₀ wird angenommen	H₀ wird abgelehnt
H₀ ist wahr d.h. p = 0,4	richtig	falsch (Fehler 1. Art)
H₁ ist wahr d.h. p = 0,7	falsch (Fehler 2. Art)	richtig

Die Nullhypothese ist die "bevorzugte" Hypothese. Ihre Wahl hängt von der Interessenlagen der involvierten Personen bzw. Personengruppen ab.

Aufgabentypen

linksseitiger und rechtsseitiger Test

Bestimmung der Fehler 1. und 2. Art

Bestimmung von Annahme- und Ablehnungsbereich- Entscheidung treffen
