

Hypothesentest

Fehler 1. und 2. Art

Ein Pilzsammler findet einen Pilz der giftig sein könnte.

- Welchen Fehler kann er bei der Überprüfung der Hypothese H_0 : Der Pilz ist giftig machen?
- Welchen Fehler wird er versuchen möglichst zu vermeiden?

Bei einem Würfel soll entschieden werden, ob es sich um einen L-Würfel oder um ein gezinktes Würfel handelt, bei dem die Sechsen mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0,2$ auftritt.

Berechnen der Fehler 1. und 2. Art

Der Würfel wird 50- bzw. 200mal geworfen. Fällt dabei höchstens 10- bzw. 35mal die Sechsen, dann nimmt man die Nullhypothese

H_0 : Es handelt sich um einen L-Würfel

an, andernfalls wird sie verworfen. Bestimmen Sie den Fehler 1. und 2. Art.

Bestimmung des Annahme – bzw. Abnahmebereichs

Bestimmen Sie zu obigem Beispiel jeweils den Annahmebereich $\mathbb{A} = \{0; 1; \dots; k\}$ so,

dass der Fehler 1. Art bzw. der Fehler 2. Art höchstens 5% beträgt und der jeweilig andere Fehler möglichst klein bleibt.

Annahme oder Ablehnung der Nullhypothese

Der Würfel wird 100mal geworfen und es fällt 22mal die Sechsen. Kann mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 2,5% (auf einem **Signifikanzniveau** von 2,5%) die Nullhypothese abgelehnt werden?

Werbeagentur 1

Ein Unternehmen beauftragt eine Werbeagentur, für eines seiner Produkte eine große Fernsehwerbung durchzuführen. Sollte nach Beendigung der Werbeaktion der Bekanntheitsgrad des Produkts mehr als 40% betragen, so ist das Unternehmen bereit, über den vereinbarten Preis für die Werbeaktion hinaus einen zusätzlichen Betrag an die Werbeagentur zu zahlen.

Zur Entscheidung darüber soll eine Umfrage unter 100 zufällig ausgewählten Personen durchgeführt werden.

a) Angenommen, der Bekanntheitsgrad sei 40%.

Wie groß ist die W'keit, dass mehr als 50 Personen das Produkt kennen?

b) Wie muss die Entscheidungsregel lauten, damit das Risiko für das Unternehmen, zu Unrecht mehr zu zahlen, höchstens 1% beträgt?

c) Angenommen, das Unternehmen zahlt die Prämie, wenn mindestens 55 Personen das Produkt kennen: wie groß ist dann das Risiko der Werbeagentur, den zusätzlich vereinbarten Betrag nicht zu erhalten, obwohl der Bekanntheitsgrad des Produkts nach der Werbeaktion bei 50% liegt?

Wahlumfrage

Eine Partei erhielt bei der letzten Wahl 60% der Stimmen. Bei einer aktuellen Umfrage erhielt sie von 100 Personen 48 Zustimmungen.

Ist der Stimmenanteil der Partei signifikant kleiner geworden?

Stichprobe

Der Bekanntheitsgrad eines Schokoriegels unter Jugendlichen beträgt nach Einschätzung der Leitung der Herstellerfirma mehr 50%, nach Meinung der Werbeabteilung weniger als nur 30%.

Durch eine Stichprobe vom Umfang 100 will man herausfinden, ob eine Werbekampagne notwendig ist.

Geben Sie Entscheidungsregeln für beide möglichen Nullhypothesen zum Signifikanzniveau 10 % und schätzen Sie die Fehler 1. und 2. Art nach oben ab.

Gezinkter Würfel

Jemand behauptet, dass ein Würfel gezinkt ist und daher die Wahrscheinlichkeit, eine Ziffer größer als 3 zu werfen nur 30% beträgt. Um die Behauptung zu überprüfen, spielt er 200mal.

Ergeben sich dabei höchstens 75 Würfe mit Ziffern größer als 3, wird die Behauptung angenommen. Mit welcher W'keit wird seine Behauptung

a) irrtümlich verworfen ?

b) irrtümlich angenommen ?

Qualitätskontrolle

Der Hersteller eines Artikels garantiert, dass der Ausschussteil höchstens 4% beträgt. Ein Abnehmer entnimmt einer Lieferung 100 Artikel und findet 9 Ausschusstücke.

Kann man hieraus auf einem Signifikanzniveau von 5% (mit der Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%) schließen, dass der Ausschussanteil höher als 4% ist?

Eine Samenhandlung verkauft Samen, der laut Angabe des Samenhändlers mit mindestens 90% keimfähig ist. Aufgrund von Beobachtungen aus dem Vorjahr hat ein Gärtner den Verdacht, dass dieser Wert zu hoch ist.

Er sät deshalb 100 Körner aus und beobachtet den Wachstumsprozess.

- a) Der Test soll mit einem Signifikanzniveau von 5% arbeiten. Ermittle den Ablehnungsreich.
 - b) Wenn höchstens 80 Samen keimen, nimmt der Gärtner an, dass die Keimfähigkeit geringer als angegeben ist. Berechne den Fehler 1. Art.
-

Werbeagentur 2

Eine Werbeagentur soll den Bekanntheitsgrad eines Produkts von 30% auf 40% steigern. Nur bei Erfolg bekommt die Agentur ein Honorar von 10000 € ausbezahlt.

- a) Geben Sie die zwei möglichen Nullhypothesen an und ermitteln Sie für einen Stichproben von 200 und ein Signifikanzniveau von 5% die jeweilige Entscheidungsregel.
 - b) Welche Nullhypothese wird die Werbeagentur bzw. der Hersteller des Produkts wählen?
-

Inserat

In einem Inserat wird behauptet, dass ein Schlankheitsmittel in mindestens 75% aller Fälle den gewünschten Erfolg bringt. Dies bestätigen von 100 befragten Personen nur 65.

Beurteilen Sie die Angaben des Inserats.

Trinkgeld

Ein Kellner kassiert erfahrungsgemäß von 80% der Gäste Trinkgeld. Wegen der Erkrankung von Mitgliedern der Musikband spielte eine Woche lang nur der CD - Player.

In dieser Woche bekam der Kellner von den insgesamt 200 Gästen nur von 149 Gästen Trinkgeld.

Kann der Kellner auf einem Signifikanzniveau von 5% seinem Chef gegenüber behaupten, dass die fehlende Live-Musik die Gäste unzufriedener macht?

Internet

Ein Internetprovider möchte im Fichtelgebirge eine Werbekampagne durchführen, da er vermutet, dass dort höchstens 40% der Haushalte mit langsamem Internetzugang wissen, dass ein schnellerer Zugang möglich ist. Um diese Vermutung zu testen, werden 50 Haushalte mit langsamem Internetzugang zufällig ausgewählt und befragt.

Der Provider möchte möglichst vermeiden, dass die Werbekampagne auf Grund des Testergebnisses irrtümlich unterlassen wird.

- Geben Sie die hierfür geeignete Nullhypothese an und bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel auf einem Signifikanzniveau von 5%.
- Beschreiben Sie den Fehler 2. Art in Worten und berechnen Sie ihn für den Fall, dass 50% der Haushalte über die Internetzugangsmöglichkeiten bereits gut informiert sind.

Menü

Eine Fluggesellschaft beabsichtigt, ihren Passagieren neben dem Standardmenü gegen Zuzahlung ein Premiummenü anzubieten, möchte diesen Service jedoch nur dann einrichten, wenn er von mehr als 15% der Passagiere gewünscht wird. Die Nullhypothese

H_0 : Höchstens 15% der Passagiere wünschen das Angebot eines Premiummenü

soll auf der Basis einer Stichprobe von 200 Passagieren auf einem Signifikanzniveau von 5% getestet werden.

- Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel
- Die Fluggesellschaft hätte für den Test - bei gleichem Signifikanzniveau - anstelle der Nullhypothese

H_0 : Höchstens 15% der Passagiere wünschen das Angebot eines Premiummenü

auch die Nullhypothese

H_0 : Mehr als 15% der Passagiere wünschen das Angebot eines Premiummenüs

wählen können. Bei der Wahl der Nullhypothese stand für die Fluggesellschaft eine der beiden folgenden Überlegungen im Vordergrund:

- Der irrtümliche Verzicht auf das Angebot des Premiummenüs wäre mit einem Imageverlust verbunden.
- Das irrtümliche Angebot des Premiummenüs wäre mit einem finanziellen Verlust verbunden.

Entscheiden Sie, welche der beiden Überlegungen für die Fluggesellschaft bei der Wahl der Nullhypothese im Vordergrund stand. Erläutern Sie Ihre Entscheidung.

