

Abitur 2013 Mathematik Stochastik III

Folgende Tabelle gibt die Verteilung der Blutgruppen und der Rhesusfaktoren innerhalb der Bevölkerung Deutschlands wieder:

	0	A	B	AB
Rh+	35 %	37 %	9 %	4 %
Rh-	6 %	6 %	2 %	1 %

In einem Krankenhaus spenden an einem Vormittag 25 Personen Blut. Im Folgenden soll angenommen werden, dass diese 25 Personen eine zufällige Auswahl aus der Bevölkerung darstellen.

Teilaufgabe 1a (3 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau zehn der Spender die Blutgruppe A haben.

Teilaufgabe 1b (3 BE)

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als die Hälfte der Spender die Blutgruppe 0 und den Rhesusfaktor Rh+ besitzt.

Folgende Tabelle gibt für die verschiedenen Empfänger von Spenderblut an, welches Spenderblut für sie jeweils geeignet ist:

		Spender							
		0 Rh-	0 Rh+	A Rh-	A Rh+	B Rh-	B Rh+	AB Rh-	AB Rh+
Empfänger	AB Rh+	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	AB Rh-	✓		✓		✓		✓	
	B Rh+	✓	✓			✓	✓		
	B Rh-	✓				✓			
	A Rh+	✓	✓	✓	✓				
	A Rh-	✓		✓					
	0 Rh+	✓	✓						
	0 Rh-	✓							

Teilaufgabe 1c (5 BE)

Für einen Patienten mit der Blutgruppe B und dem Rhesusfaktor Rh- wird Spenderblut benötigt. Bestimmen Sie, wie viele zufällig ausgewählte Personen mindestens Blut spenden müssten, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95% mindestens eine für diesen Patienten geeignete Blutspende erhält.

Bei 0,074% der neugeborenen Kinder liegt eine bestimmte Stoffwechselstörung vor. Wird diese Störung frühzeitig erkannt, lässt sich durch eine geeignete Behandlung eine spätere Erkrankung vermeiden. Zur Früherkennung kann zunächst ein einfacher Test durchgeführt werden. Zeigt das Ergebnis des Tests die Stoffwechselstörung an, so bezeichnet man es als positiv.

Liegt bei einem neugeborenen Kind die Stoffwechselstörung vor, so ist das Testergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,5% positiv. Liegt bei einem neugeborenen Kind die Stoffwechselstörung nicht vor, so beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Testergebnis irrtümlich positiv ist, 0,78%.

Bei einem zufällig ausgewählten neugeborenen Kind wird der Test durchgeführt. Betrachtet werden folgende Ereignisse:

S : „Die Stoffwechselstörung liegt vor.“

T : „Das Testergebnis ist positiv.“

Teilaufgabe 2a (2 BE)

Beschreiben Sie das Ereignis $\overline{S \cup T}$ im Sachzusammenhang.

Teilaufgabe 2b (8 BE)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(T)$ und $P_T(S)$. Interpretieren Sie das Ergebnis für $P_T(S)$ im Sachzusammenhang.

(zur Kontrolle: $P(T) \approx 0,85\%$, $P_T(S) < 0,1$)

Teilaufgabe 2c (3 BE)

Im Rahmen eines Screenings wird eine sehr große Anzahl zufällig ausgewählter neugeborener Kinder getestet. Ermitteln Sie die pro Million getesteter Kinder im Mittel zu erwartende Anzahl derjenigen Kinder, bei denen die Stoffwechselstörung vorliegt und das Testergebnis negativ ist.

Um Geld für die Ausstattung des Spielbereichs in der Kinderstation des Krankenhauses einzunehmen, wird ein Gewinnspiel angeboten. Nachdem der Spieler zwei Euro bezahlt hat, werden aus einem Behälter, in dem sich drei rote, drei grüne und drei blaue Kugeln befinden, drei Kugeln ohne Zurücklegen zufällig entnommen. Haben die drei entnommenen Kugeln die gleiche Farbe, so gewinnt der Spieler und bekommt einen bestimmten Geldbetrag ausgezahlt; ansonsten verliert er und erhält keine Auszahlung. Anschließend werden die gezogenen Kugeln in den Behälter zurückgelegt.

Teilaufgabe 3a (2 BE)

Zeigen Sie, dass bei einem Spiel die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn $\frac{1}{28}$ beträgt.

Teilaufgabe 3b (4 BE)

Berechnen Sie, welcher Geldbetrag im Fall eines Gewinns ausgezahlt werden muss, damit im Mittel eine Einnahme von 1,25 Euro pro Spiel für die Ausstattung des Spielbereichs erwartet werden kann.