

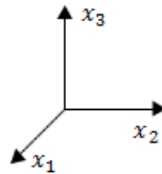
## Abitur 2012 Mathematik Geometrie VI

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte  $A(10|2|0)$ ,  $B(10|8|0)$ ,  $C(10|4|3)$ ,  $R(2|2|0)$ ,  $S(2|8|0)$  und  $T(2|4|3)$  gegeben.

Der Körper  $ABC RST$  ist ein gerades dreiseitiges Prisma mit der Grundfläche  $ABC$ , der Deckfläche  $RST$  und rechteckigen Seitenflächen.

### Teilaufgabe a (6 BE)

Zeichnen Sie das Prisma in ein kartesisches Koordinatensystem (vgl. Abbildung) ein. Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat die Grundfläche  $ABC$ ? Berechnen Sie das Volumen des Prismas.



### Teilaufgabe b (4 BE)

Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene  $E$ , in der die Seitenfläche  $BSTC$  liegt, in Normalenform.

(mögliches Ergebnis:  $E : 3x_2 + 4x_3 - 24 = 0$ )

### Teilaufgabe c (3 BE)

Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkels, den die Seitenkanten  $[CA]$  und  $[CB]$  einschließen.

### Teilaufgabe d (3 BE)

Die Ebene  $F$  enthält die Gerade  $CT$  und zerlegt das Prisma in zwei volumengleiche Teilkörper. Wählen Sie einen Punkt  $P$  so, dass er gemeinsam mit den Punkten  $C$  und  $T$  die Ebene  $F$  festlegt; begründen Sie Ihre Wahl. Tragen Sie die Schnittfigur von  $F$  mit dem Prisma in Ihre Zeichnung ein.

### Teilaufgabe e (3 BE)

Die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $T$  legen die Ebene  $H$  fest; diese zerlegt das Prisma ebenfalls in zwei Teilkörper. Beschreiben Sie die Form eines der beiden Teilkörper. Begründen Sie, dass die beiden Teilkörper nicht volumengleich sind.

Das Prisma ist das Modell eines Holzkörpers, der auf einer durch die  $x_1 x_2$ -Ebene beschriebenen horizontalen Fläche liegt. Der Punkt  $M(5|6, 5|3)$  ist der Mittelpunkt einer Kugel, die die Seitenfläche  $BSTC$  im Punkt  $W$  berührt.

**Teilaufgabe f** (6 BE)

Berechnen Sie den Radius  $r$  der Kugel sowie die Koordinaten von  $W$ .

(Teilergebnis:  $r = 1,5$ )

**Teilaufgabe g** (5 BE)

Die Kugel rollt nun den Holzkörper hinab. Im Modell bewegt sich der Kugelmittelpunkt vom Punkt  $M$  aus parallel zur Kante  $[CB]$  auf einer Geraden  $g$ . Geben Sie eine Gleichung von  $g$  an und berechnen Sie im Modell die Länge des Wegs, den der Kugelmittelpunkt zurücklegt, bis die Kugel die  $x_1 x_2$ -Ebene berührt.