

Abitur 2012 Mathematik Geometrie V

Abbildung 1 zeigt modellhaft ein Dachzimmer in der Form eines geraden Prismas. Der Boden und zwei der Seitenwände liegen in den Koordinatenebenen. Das Rechteck $ABCD$ liegt in einer Ebene E und stellt den geneigten Teil der Deckenfläche dar.

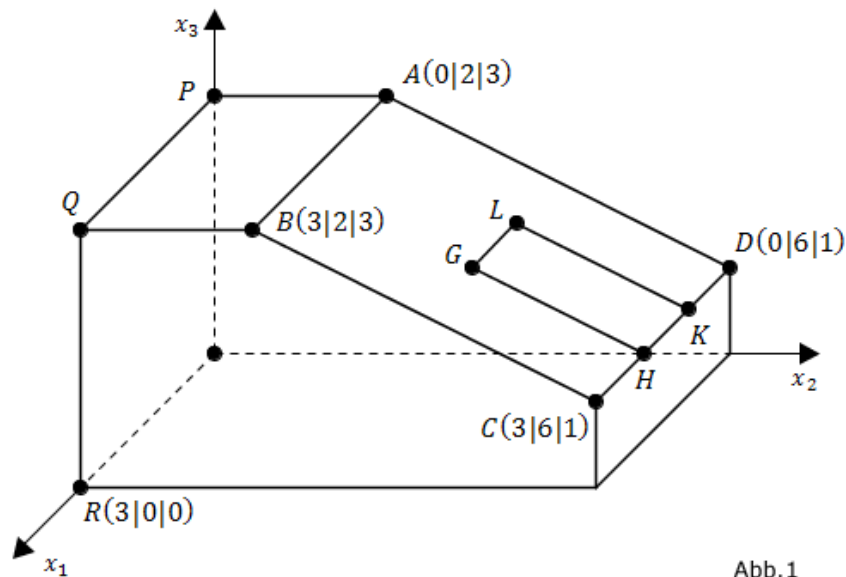


Abb.1

Teilaufgabe a (4 BE)

Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform.

(mögliches Ergebnis: $E : x_2 + 2x_3 - 8 = 0$)

Teilaufgabe b (2 BE)

Berechnen Sie den Abstand des Punkts R von der Ebene E .

Im Koordinatensystem entspricht eine Längeneinheit 1 m, d. h. das Zimmer ist an seiner höchsten Stelle 3 m hoch.

Das Rechteck $G H K L$ mit $G(2|4|2)$ hat die Breite $\overline{GL} = 1$. Es liegt in der Ebene E , die Punkte H und K liegen auf der Geraden CD . Das Rechteck stellt im Modell ein Dachflächenfenster dar; die Breite des Fensterrahmens soll vernachlässigt werden.

Teilaufgabe c (5 BE)

Geben Sie die Koordinaten der Punkte L , H und K an und bestimmen Sie den Flächeninhalt des Fensters.

(zur Kontrolle: $\overline{GH} = \sqrt{5}$)

Teilaufgabe d (6 BE)

Durch das Fenster einfallendes Sonnenlicht wird im Zimmer durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \\ -1 \end{pmatrix}$ repräsentiert. Eine dieser Geraden verläuft durch den Punkt G und schneidet die Seitenwand $OPQR$ im Punkt S . Berechnen Sie die Koordinaten von S sowie die Größe des Winkels, den diese Gerade mit der Seitenwand $OPQR$ einschließt.

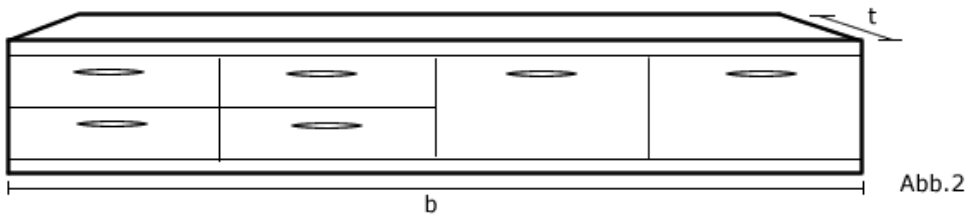
Teilaufgabe e (4 BE)

Das Fenster ist drehbar um eine Achse, die im Modell durch die Mittelpunkte der Strecken $[GH]$ und $[LK]$ verläuft. Die Unterkante des Fensters schwenkt dabei in das Zimmer; das Drehgelenk erlaubt eine zum Boden senkrechte Stellung der Fensterfläche.

Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts M der Strecke $[GH]$ und bestätigen Sie rechnerisch, dass das Fenster bei seiner Drehung den Boden nicht berühren kann.

(Teilergebnis: $M(2|5|1,5)$)

Abbildung 2 zeigt ein quaderförmiges Möbelstück, das 40 cm hoch ist. Es steht mit seiner Rückseite flächenbündig an der Wand unter dem Fenster. Seine vordere Oberkante liegt im Modell auf der Geraden $k : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5,5 \\ 0,4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$.



Teilaufgabe f (4 BE)

Ermitteln Sie mithilfe von Abbildung 2 die Breite b des Möbelstücks möglichst genau.
Bestimmen Sie mithilfe der Gleichung der Geraden k die Tiefe t des Möbelstücks und erläutern Sie Ihr Vorgehen.

Teilaufgabe g (5 BE)

Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Fenster bei seiner Drehung am Möbelstück anstoßen kann.