

Lineare Funktionen

- Eine Funktion $f: x \rightarrow y = mx + t$, $D = D_{\max}$, mit zwei Zahlen m und t heißt eine **lineare Funktion**.



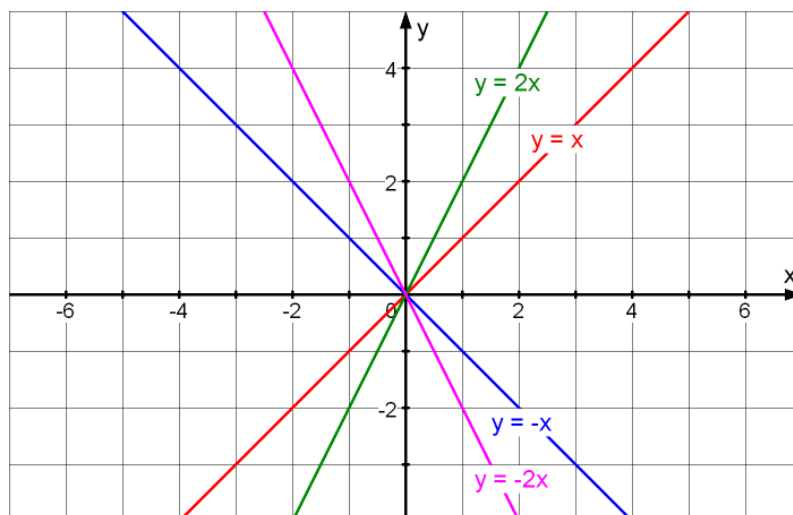
$f: x \rightarrow y = 2x + 1$	$m = 2$ und $t = 1$
$f: x \rightarrow y = x - 2$	$m = 1$ und $t = -2$
$f: x \rightarrow y = -x$	$m = -1$ und $t = 0$
$f: x \rightarrow y = 2$	$m = 0$ und $t = 2$
$f: x \rightarrow y = \frac{x}{2} - 1$	$m = \frac{1}{2}$ und $t = -1$

- Speziell ergibt sich

$$\boxed{t = 0} : y = mx \Leftrightarrow \frac{y}{x} = m$$

x - und y -Werte sind direkt proportional zueinander mit dem Proportionalitätsfaktor $m = \frac{y}{x}$.

Der Graph der Funktion ist dann eine Gerade durch den Ursprung $O(0 | 0)$ des Koordinatensystems.



- $m > 0$: Die Gerade steigt
- $m = 0$: Die Gerade ist identisch mit der x -Achse
- $m < 0$: Die Gerade fällt.

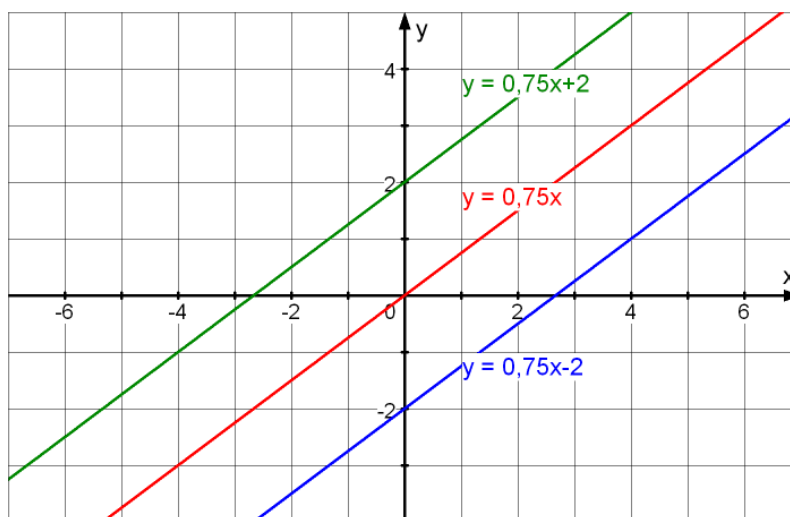
m heißt auch **Steigungsfaktor** der Geraden.

$$t \neq 0$$

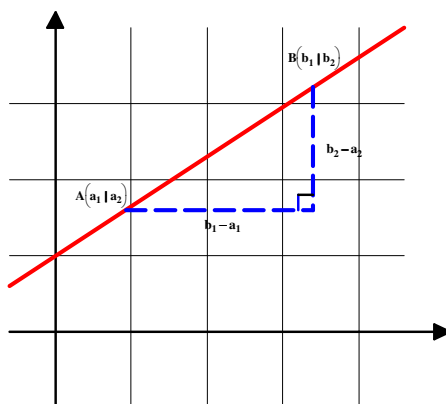
Der Graph der Funktion $f : x \rightarrow y = mx + t$

ist dann eine zum Graphen der Funktion $f : x \rightarrow y = mx$

parallele Gerade durch den Punkt $S_y(0 | t)$



- heißt **y-Abschnitt** der Geraden.
- Den Steigungsfaktor m einer Geraden kann man mit Hilfe eines Steigungsdreiecks dem Schaubild der Geraden entnehmen



Sind $A(a_1 | a_2)$ und $B(b_1 | b_2)$ die auf der Gerade liegenden Eckpunkte des Steigungsdreiecks, dann ist

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1}$$

$\Delta y = b_2 - a_2$ ist gleich der Zu- oder Abnahme der y-Werte bei einer Zunahme oder Abnahme der x-Werte um $\Delta x = b_1 - a_1$.

► Für die Gleichung der Geraden durch die Punkte $A(1 \mid -2)$ und $B(4 \mid 2)$ ergibt sich

$$m = \frac{4}{3}. \text{ Also hat Gleichung der Geraden die Form } y = \frac{4}{3}x + t.$$

Da der Punkt A auf der Geraden liegt, muss sich beim Einsetzen der x-Koordinate des Punktes seine y-Koordinate ergeben. Also

$$-2 = \frac{4}{3} \cdot 1 + t \Rightarrow t = -\frac{10}{3}$$

und damit ergibt sich für die Gerade AB die Gleichung $y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$

Aufgaben

1. Bestimme die Funktionsgleichung einer linearen Funktion mit der Wertetabelle

a)

x	-3	5
y	2	4

b)

x	-3	2
y	7	-3

c)

x	-7	12
y	13	13

2. Bestimme die Funktionsgleichung einer linearen Funktion deren Graph

a) durch die 2 Punkte $P(1 | 1)$ und $Q(-3 | 6)$ geht.

b) durch die 2 Punkte $P(-12 | -12)$ und $Q(0 | 12)$.

c) den y-Abschnitt $t = 2$ hat und durch den Punkt $P(7 | 4)$ geht.

d) die Steigung $m = 2$ hat durch den Punkt $P(-2 | 5)$ geht.

3. Bestimme die Nullstellen der folgenden linearen Funktionen

a) $f: x \rightarrow y = 3x - \frac{1}{3}$ b) $f: x \rightarrow y = -2x$

c) $f: x \rightarrow y = -\frac{1}{5}x - 5$ d) $f: x \rightarrow y = -1$

d) $f: x \rightarrow y = \frac{2}{5}x + \frac{2}{3}$ e) $f: x \rightarrow -x + \frac{1}{2}$

4. Bestimme graphisch und rechnerisch die Koordinaten des Schnittpunkts der Graphen der beiden Funktionen

a) $f_1: x \rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3$ und $f_2: x \rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2$

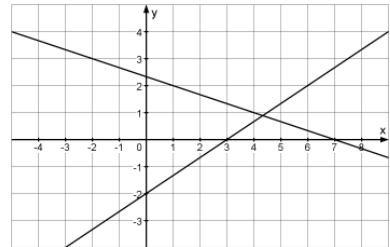
b) $f_1: x \rightarrow y = \frac{4}{9}x + 3$ und $f_2: x \rightarrow y = \frac{2}{3}x + 1$

5. Die Punkte $(-1 | 6)$ und $B(6 | 3)$ sind Elemente der Geraden g . Die Gerade h geht durch den Punkt $C(1 | 2)$ und hat die Steigung $\frac{3}{4}$.

a) Ermittle graphisch die Koordinaten des Schnittpunktes S von g und h !

b) Stelle die Gleichungen von g und h auf und berechne die Koordinaten von S !

6. Gib die Funktionsgleichungen der Geraden g und h an und berechne die Koordinaten ihres Schnittpunktes S !



7. Wie lautet die Gleichung der Parallelen zu $y = \frac{7}{3}x - \frac{12}{5}$ durch den Punkt $(18 | -23)$?

8. Untersuche rechnerisch, ob die drei Punkte $A(-6 | 4)$, $B(5 | -3)$ und $C(-7 | 5,5)$ auf einer Geraden liegen.

9. Die Punkte $P(4 | 2)$, $Q(1 | v)$, $R(u | 13)$ liegen auf einer Geraden.

Wie groß sind u und v ?

10. Bestimme die Gleichungen der eingezeichneten Geraden.

