

Test

1. Bestimme die Definitionsmenge

a) $f(x) = \frac{1}{3x+4}$ b) $f(x) = \frac{2}{x \cdot (x+1)}$ c) $f(x) = \frac{3}{2x^2+3x}$ d) $f(x) = \frac{4}{x^2}$

e) $f(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$ f) $f(x) = \frac{6}{4x^3-x^2}$

2. Vereinfache

a) $\frac{45x-20}{36x^2-16x}$ b) $\frac{x^2y^2}{xy^2-x^2y}$ c) $\frac{2x^2-4x}{8-4x}$

3. Vereinfache

a) $\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x+2}$ b) $\frac{2x+1}{x+1} - 1$ c) $\frac{x^2-1}{4x^2-2x} - \frac{2x}{8x-4}$

d) $\frac{x-1}{2x+4} - \frac{x-2}{x^2+2x} - 1$

4. Vereinfache

a) $\frac{2-x}{2x} : \frac{x-2}{x^2}$ b) $\frac{x^2-2x}{x+1} \cdot \frac{2+2x}{4x-8}$ c) $\frac{x+y}{2x} : (2xy+2x^2)$

1. Johannes hat vier verschiedene Hosen, sieben verschiedene Pullover und zehn Hemden.
Da er keinen großen Wert auf Mode legt, greift er blindlings zu einer Kombination.

Wie viele Zusammenstellungen sind möglich?

2. Ein Passwort für einen Computer soll aus acht Zeichen bestehen.

Für jedes Zeichen sind die 26 Buchstaben des Alphabets und 10 Ziffern zulässig.

Wie viele zulässige Passwörter gibt es, wenn zwischen Groß- und Kleinschreibung

a) nicht unterschieden wird,

b) unterschieden wird ?

3. Das Zahlenschloss eines Fahrrads besteht aus vier Zahlenringen. Die Zahlenringe können auf die Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 eingestellt werden.

a) Wie viele Zahlenkombinationen gibt es insgesamt ?

- b) Wie viele Zahlenkombinationen mit genau einer 0 gibt es ?
 - c) Wie viele Zahlenkombinationen mit lauter voneinander verschiedenen Ziffern gibt es ?
 - d) Wie viele Zahlenkombinationen haben vorne und hinten die gleiche Ziffer ?
-

4. In einer Urne befinden sich 6 rote, 6 blaue, 6 gelbe, je von 1 bis 6 nummerierte Kugeln.

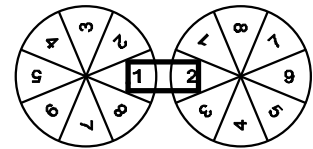
Berechne die W'keiten für folgende Ziehungen:

- a) eine rote Kugel
 - b) eine Kugel mit gerader Nummer
 - c) die Kugel ist rot oder gelb
 - d) die Kugel zeigt keine 5
 - e) die Kugel ist rot und ihre Nummer ist durch 3 teilbar
 - f) die Kugel ist rot oder ihre Nummer ist durch 3 teilbar
 - g) die Kugel ist nicht rot oder ihre Nummer ist gerade
-

5. Eine Laplace-Münze wird viermal hintereinander geworfen.

- a) Wie viele verschiedene Ergebnisse sind möglich ?
 - b) Berechne die W'keit folgender Ereignisse
 - A: Es wird genau dreimal "Zahl" geworfen.
 - B: Der dritte Wurf ergibt das erste Mal "Zahl".
 - C: Keine zwei aufeinanderfolgende Würfe ergeben jeweils "Zahl".
 - D: Der erste und letzte Wurf ergibt "Zahl"
-

5. In einem Glücksspiel Automaten drehen sich zwei Scheiben. Die sind jeweils in 8 gleich große Sektoren aufgeteilt.



Auf jeder Scheibe sind die Zahlen 1 bis 8 verteilt.

Es werden die Zahlen betrachtet, die im Sichtfenster erscheinen.

Wie groß ist die W'keit von

- A: Im Sichtfenster erscheint mindestens ein 1
 - B: Im Sichtfenster erscheinen zwei gleiche Zahlen.
 - C: Die linke Zahl ist um 3 größer als die rechte.
-

Lösungen

1. a) $f(x) = \frac{1}{3x+4}$

$$3x+4 = 0 \Rightarrow 3x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{3} \Rightarrow D = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{4}{3}\}$$

b) $x \cdot (x+1) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x+1 = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = -1$

$$\Rightarrow x = 0 \vee 2x = -3 \Rightarrow D = \mathbb{Q} \setminus \{0; -1\}$$

c) $2x^2+3x = 0 \Rightarrow x \cdot (2x+3) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee 2x+3 = 0$

$$\Rightarrow x = 0 \vee x = -\frac{3}{2} \Rightarrow D = \mathbb{Q} \setminus \{0; -\frac{3}{2}\}$$

d) $f(x) = \frac{4}{x^2} \Rightarrow D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

e) $f(x) = \frac{5}{(x+2)^2} \Rightarrow D = \mathbb{Q} \setminus \{-2\}$

f) $4x^3 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 \cdot (4x-1) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee 4x-1 = 0 \Rightarrow x = 0 \vee 4x = 1$

$$\Rightarrow x = 0 \vee x = \frac{1}{4} \Rightarrow D = \mathbb{Q} \setminus \{0; \frac{1}{4}\}$$

2. a) $\frac{45x-20}{36x^2-16x} = \frac{5 \cdot (9x-4)}{4x \cdot (9x-4)} = \frac{5}{4x}$

b) $\frac{x^2y^2}{xy^2-x^2y} = \frac{x^2y^2}{xy \cdot (y+x)} = \frac{xy}{y+x}$

c) $\frac{2x^2-4x}{8-4x} = \frac{2x \cdot (x-2)}{4 \cdot (2-x)} = \frac{2x \cdot (x-2)}{4 \cdot (-1) \cdot (x-2)} = \frac{2x}{-4} = \frac{x}{-2} = -\frac{x}{2}$

3. a) $\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{x \cdot (x+2)}{(x-1) \cdot (x-2)} - \frac{(x+1) \cdot (x-1)}{(x-1) \cdot (x-2)} = \frac{x^2+2x - (x^2-x+x-1)}{(x-1) \cdot (x-2)} =$

$$= \frac{2x+1}{(x-1) \cdot (x-2)}$$

b) $\frac{2x+1}{x+1} - 1 = \frac{2x+1}{x+1} - \frac{x+1}{x+1} = \frac{2x+1-(x+1)}{x+1} = \frac{x}{x+1}$

c) $\frac{x^2-1}{4x^2-2x} - \frac{2x}{8x-4} = \frac{x^2-1}{2x \cdot (2x-1)} - \frac{2x}{4 \cdot (2x-1)} = \frac{(x^2-1) \cdot 2}{4x \cdot (2x-1)} - \frac{2x \cdot x}{4x \cdot (2x-1)} =$

$$= \frac{2}{4x \cdot (2x - 1)}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{x-1}{2x+4} - \frac{x-2}{x^2+2x} - 1 &= \frac{x-1}{2 \cdot (x+2)} - \frac{x-2}{x \cdot (x+2)} - 1 = \\ &= \frac{(x-1) \cdot x}{2x \cdot (x+2)} - \frac{(x-2) \cdot 2}{2x \cdot (x+2)} - \frac{2x \cdot (x+2)}{2x \cdot (x+2)} = \frac{x^2 - 4x + 4 - 2x^2 - 4x}{2x \cdot (x+2)} = \frac{-x^2 - 8x + 4}{2x \cdot (x+2)} \end{aligned}$$

$$4. \text{ a) } \frac{2-x}{2x} : \frac{x-2}{x^2} = \frac{2-x}{2x} \cdot \frac{x^2}{x-2} = \frac{(-1) \cdot (x-2)}{2x} \cdot \frac{x^2}{x-2} = \frac{-x}{2} = -\frac{x}{2}$$

$$\text{b) } \frac{x^2 - 2x}{x+1} \cdot \frac{2+2x}{4x-8} = \frac{x \cdot (x-2)}{x+1} \cdot \frac{2 \cdot (1+x)}{4 \cdot (x-2)} = \frac{x}{2}$$

$$\text{c) } \frac{x+y}{2x} : (2xy + 2x^2) = \frac{x+y}{2x} \cdot \frac{1}{2xy + 2x^2} = \frac{x+y}{2x} \cdot \frac{1}{2x \cdot (y+x)} = \frac{1}{4x^2}$$

1. Es gibt $4 \cdot 7 \cdot 10 = 280$ verschiedene Zusammenstellungen.

2. a) Es gibt $(26 + 10)^8 = 36^8$ verschiedene Passwörter.

b) Es gibt $(26 + 26 + 10)^8 = 62^8$ verschiedene Passwörter.

3. a) Es gibt $7^4 = 2401$ Zahlenkombinationen.

b) Es gibt $\overset{\text{Plätze für die Null}}{4} \cdot \overset{\text{von Null verschiedene Zahlen}}{6 \cdot 6 \cdot 6} = 864$ Zahlenkombinationen mit genau einer Null.

c) Es gibt $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$ Zahlenkombinationen mit verschiedenen Ziffern.

d) Es gibt $\overset{\text{Zahl die vorne und hinten steht}}{7} \cdot \overset{\text{Zahlen an zweiter und dritter Stelle}}{7 \cdot 7} = 343$ Zahlenkombinationen.

4. In einer Urne befinden sich 6 rote, 6 blaue, 6 gelbe, je von 1 bis 6 nummerierte Kugeln.

Berechne die W'keiten für folgende Ziehungen:

a) eine rote Kugel

b) eine Kugel mit gerader Nummer

c) die Kugel ist rot oder gelb

- d) die Kugel zeigt keine 5
- e) die Kugel ist rot und ihre Nummer ist durch 3 teilbar
- f) die Kugel ist rot oder ihre Nummer ist durch 3 teilbar
- g) die Kugel ist nicht rot oder ihre Nummer ist gerade

a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$	$\frac{9}{18} = \frac{1}{2}$	$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$	$\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$	$\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$	$\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$	$\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

5. a) Es gibt $2^4 = 16$ Ergebnisse.

$$b) A = \left\{ ZZZK, ZZKZ, ZKZZ, KZZZ \right\} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$B = \left\{ KKZZ, KKZK \right\} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$C = \left\{ KKKK, KKKZ, KKZK, KZKK, ZKKK, ZKZK, KZKZ \right\} \Rightarrow P(C) = \frac{7}{16}$$

$$D = \left\{ ZZZZ, ZKZZ, ZZKZ, ZKKZ \right\} \Rightarrow P(D) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

6. Gegenereignis von A :

\bar{A} : Es erscheint keine 1

$$P(\bar{A}) = \frac{7 \cdot 7}{8^2} = \frac{49}{64} \Rightarrow P(A) = \frac{15}{64}$$

$$P(b) = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$$

$$C = \left\{ 41, 52, 63, 74, 85 \right\} \Rightarrow P(C) = \frac{5}{64}$$
