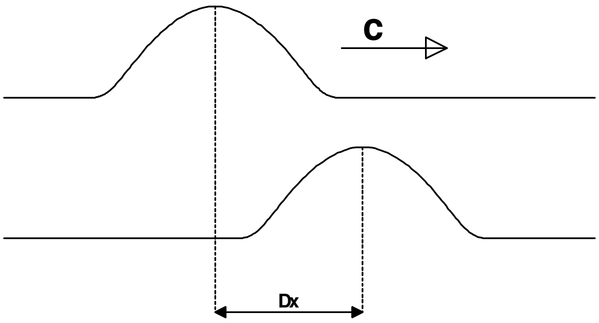
Wellen

1. Transversal- und Longitudinalwellen

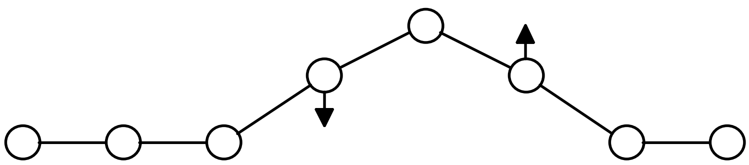


Eine mechanische Welle ist die Ausbreitung einer Störung in einem elastischen Medium. Breitet sich die Störung in der Zeit Δt um die Strecke Δx aus, dann heißt

$$\boxed{\mathbf{c} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta \mathbf{t}}} \qquad [c] = 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

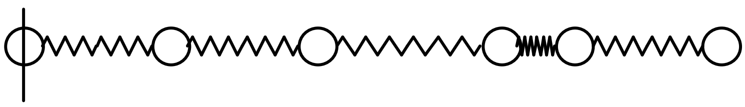
die ***Ausbreitungsgeschwindigkeit*** der Welle.

Erklärung :



Jedes Teilchen des elastischen Mediums kann infolge der elastischen Kopplung seinen Bewegungszustand (Pha-se) mit einer einer bestimmten zeitlichen Verzögerung seinem Nachbarteilchen mitteilen. Es kommt zu sog. phasenverschobenen Bewegungen. Die Geschwindigkeit der Teilchen, die sog. ***Schnelle***, ist von der Wellengeschwindigkeit c verschieden.

Erfolgt die Bewegung der Teilchen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle, dann liegt liegt ***Transversalwelle*** vor0.

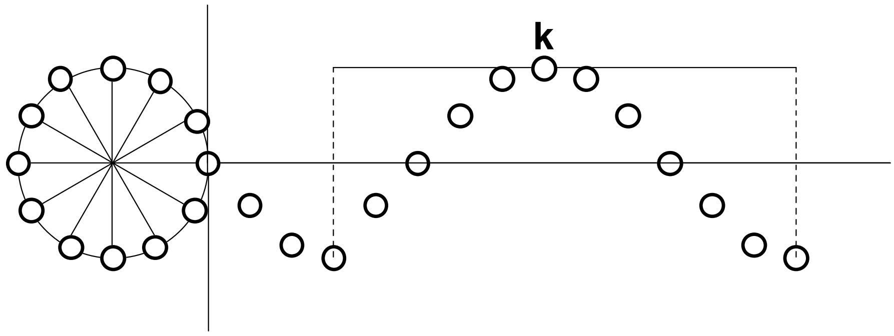


Schwingen die Teilchen in Ausbreitungrichtung, dann pflanzt sich eine Druckwelle im Medium fort. Man spricht von ***Longitudinalwellen***.

In jeder Welle findet **Energietransport ohne Materietransport** statt.

2. Sinuswellen

Führt der Wellenerreger eine periodische Bewegung durch, dann zeigt die sich von ihm loslösende Welle eine räumliche Periodizität.



Führt der Wellenerreger speziell eine harmonische Schwingung durch, dann zeigt die Welle Sinusform. Den Abstand benachbarter Punkte, die in Phase schwingen, nennt man Wellenlänge λ.

Ist T die Schwingungsdauer des Erregers, dann breitet sich der Schwingungszustand (Phase) in der Zeit t um die Wellenlänge λ aus. Also ist

$$\boxed{c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f} \text{ mit } f = \frac{1}{T}$$

Man nennt deshalb die Wellengeschwindigkeit auch ***Phasengeschwindigkeit***.

---

3. Die Wellengleichung einer unendllich ausgedehnten Sinuswelle

---

Ansatz : $y(x,t) = A\sin(\omega t - \varphi)$

Die Phasenverschiebung φ ist dabei proportional zur Entfernung des schwingenden Teilchens vom Erreger der Welle d.h.

$$\frac{\varphi}{x} = k = \text{konst.}$$

Ist speziell $x = \lambda$ dann ist $\varphi = 2\pi$ d.h. $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ und damit $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}x$

Gleichung einer unendlich ausgedehnten Sinuswelle :

$$\boxed{\mathbf{y(x,t) = A\sin(\frac{2\pi}{T}\cdot t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot x) = A\,\sin(\omega\cdot t - k\cdot x)}}$$

mit der Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T}$ und der Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Bemerkung :

Die Gleichung einer dazu gegenläufigen Sinuswelle ist dann gegeben durch

$y(x,t) = A\sin(\omega\cdot t + k\cdot x)$

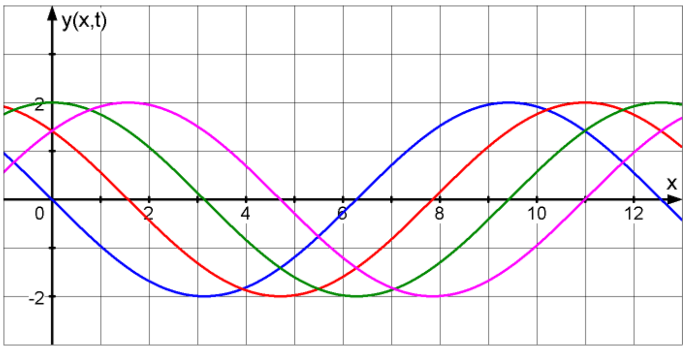


Bild einer fortschreitenden Sinuswelle zu den Zeiten $t = 0$ (blau), $t = \frac{T}{4}$ (rot) $t = \frac{T}{2}$ (grün) und $t = \frac{3}{4}T$ (magenta).

---

4. Die Überlagerung von Wellen - das Superpositionsprinzip - stehende Wellen

---

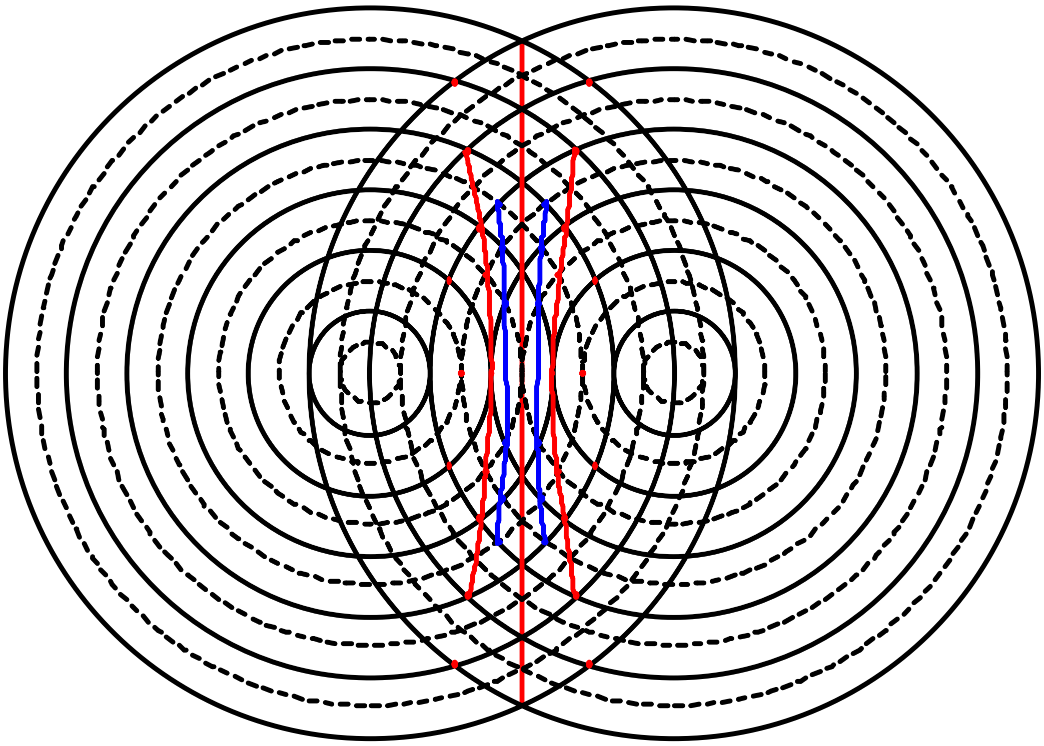
Erfassen mehreren Wellenbewegungen ein Teilchen eines elastischen Mediums, dann gilt das **Superpositionsprinzip** :

Die durch die einzelnen Wellen hervorgerufenen Elongationen addieren sich.

Die Überlagerung von Wellen nennt man auch ***Interferenz***.

Versuch :

Wir erzeugen mit zwei in Phase schwingenden Wellenerregern im Abstand d Kreiswellen und beobachten das entstehende Interferenzbild.

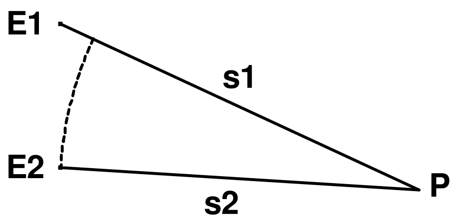


Ergebnis :

Es entstehen Orte mit keiner bzw. minimaler Schwingbewegung und Orte mit maximaler Schwingbewegung.

Erklärung :

Orte mit keiner Wellenbewegung entstehen durch sog. destruktive Interferenz. Die von den Wellenerregern stammenden Wellenzüge überlagern sich hier gegenphasig.



Destuktive Interferenz in einem Punkt P gibt es genau dann, wenn der Betrag der Differenz der Entfernungen von P zu den Erregern, der sog. Gangunterschied, ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge ist.

$$\boxed{\Delta s = \left| s_1 - s_2 \right| = (2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2}}\ , k = 0, 1, 2, 3,....$$

Zur maximalen Verstärkung der in P eintreffenden Wellen kommt es, wenn die Wellen gleichphasig eintreffen. Die Bedingung für diese konstruktive Interferenz ist

$$\boxed{\Delta s = \left| s_1 - s_2 \right| = k\cdot\lambda}\ , k = 0, 1, 2, 3,....$$

Überlagern sich zwei gegenläufige Sinuswellen gleicher Wellenlänge und Amplitude, dann ergibt das Super-positionsprinzip für die Überlagerungswelle

$y(x,t) = A\sin(\omega\cdot t - k\cdot x) + A\sin(\omega\cdot t + k\cdot x) = 2A\cdot\cos(k\cdot x)\cdot\sin(\omega\cdot t)$

Letzteres ist allerdings nicht mehr die Gleichung einer fortschreitenden Welle.

Alle Teilchen zwischen zwei benachbarten Schwingungsknoten führen gleichphasige, harmonische Schwingungen mit ortsabhängiger Amplitude $A\cos(k\cdot x)$ aus.

Es gibt Orte der Ruhe sog. Schwingungsknoten, festgelegt durch die Bedingung $\cos(k\cdot x) = 0$, und dazwischen liegende Orte mit maximaler Amplitude sog. Schwingungsbäuche für die $\cos(k\cdot x) = 1$ ist.

Man spricht von einer stehenden Welle

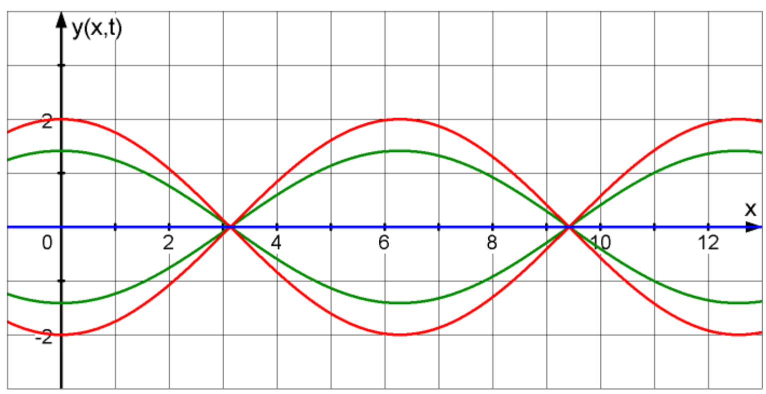
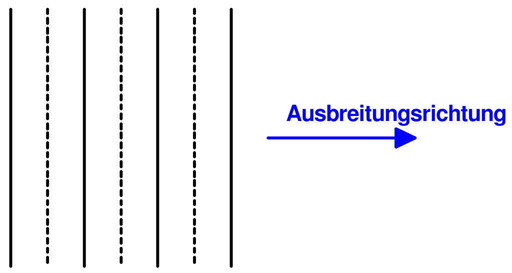


Bild einer stehenden Welle zu den Zeiten $t = 0$ und $t = \frac{T}{2}$ (blau), $t = \frac{T}{4}$ und $t = \frac{3}{4}T$ (rot) und $t = \frac{T}{8}$, $t = \frac{3}{8}T$, $t = \frac{5}{8}T$ und $t = \frac{7}{8}T$ (grün).

4. Wellenausbreitung in Ebene - das Huygenssche Prinzip

Bei der Wellenausbreitung von Transversalwellen in der Ebene, z.B. auf einer Wasseroberfläche, gibt es zwei Grundtypen der Wellenbewegung

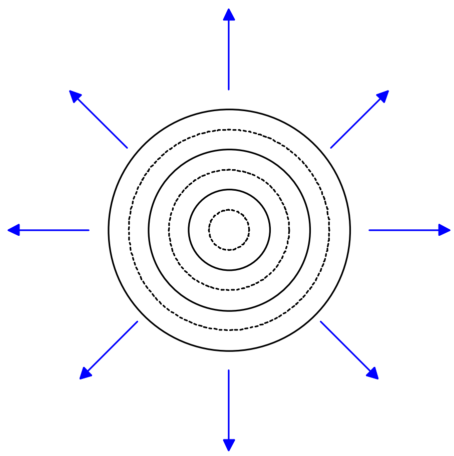
a) ebene Welle



Bei ebenen Wellen schwingen Teilchen gleicher Phase in einer Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle.

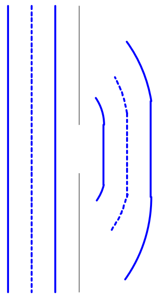
Ebene Wellen lassen sich durch linear angeordnete synchron schwingende Erreger erzeugen

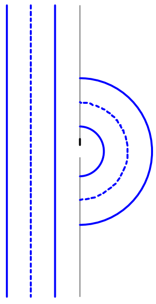
b) Kreiswellen



Kreiswellen laufen von einem punktförmigen Erreger nach allen Seiten hin aus. Die Teilchen gleicher Phase sind auf Kreislinien angeordnet.

Die Amplituden von Kreiswellen nehmen mit zunehmender Entferung vom Erreger ab.





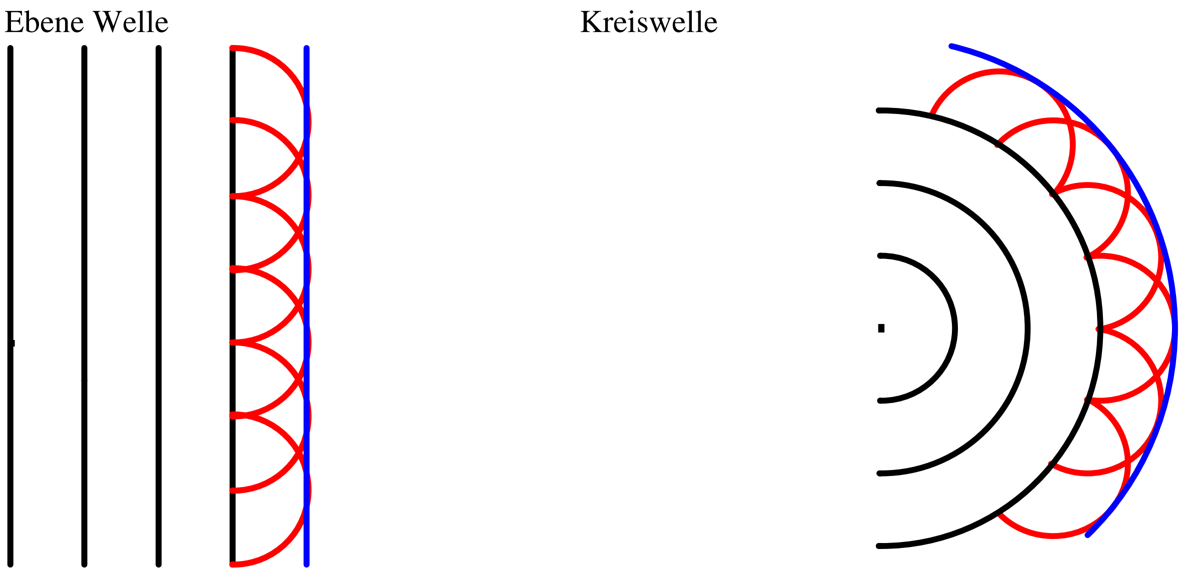
Engt man die Ausbreitung einer ebenen Welle durch einen Spalt ein, dann ergibt sich hinter dem Spalt keine ebene Welle mehr, sondern eine Welle, die mit abnehmender Spaltbreite immer mehr einer Kreiswelle ähnelt. Man nennt diese Erscheinung ***Beugung***.

Der Physiker ***Christian Huygens*** hat dies so gedeutet :

Jeder Punkt eines Mediums, der von einer Wellenbewegung erfasst wird, ist Ausgangspunkt einer Kreiswelle, einer sog. Elementarwelle.

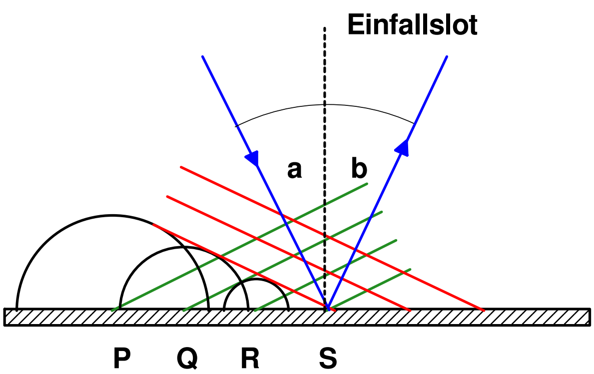
Die Überlagerung aller dieser Elementarwellen ergibt die neue Wellenfront.

Entstehung der neuen Wellenfront aus den Elementarwellen



Mit dem Huygensschen Prinzip lassen sich erklären

a) die Reflexion von Wellen

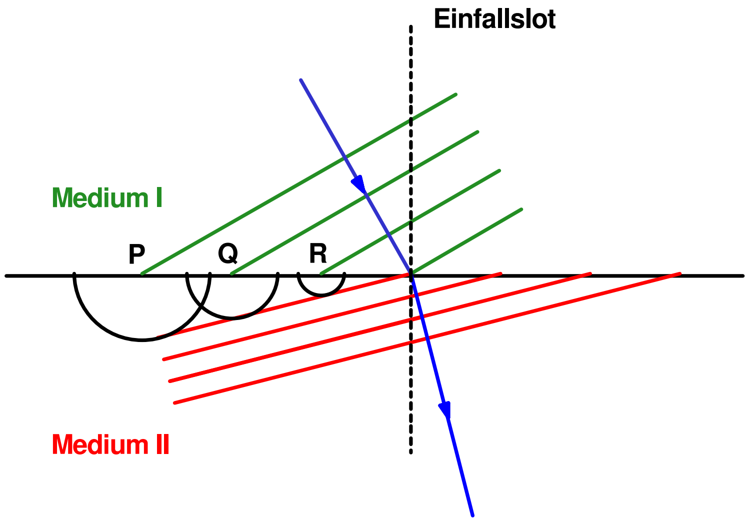


Die Welle erreicht das reflektierende Medium zuerst in P, dann Q und noch später in R.

Deshalb haben sich die in P, Q und R entstehenden Elementarwellen zu einem bestimmten Zeitpunkt verschieden weit ausgebreitet.

Ihre Überlagerung gibt die Wellenfront der reflektierten Welle.

b) die Brechung von Wellen



Brechung ensteht beim Übergang einer Welle von einem Medium in ein anderes und hat ihre Ursache in der unterschiedlich großen Wellengeschwindigkeit in beiden Medien.

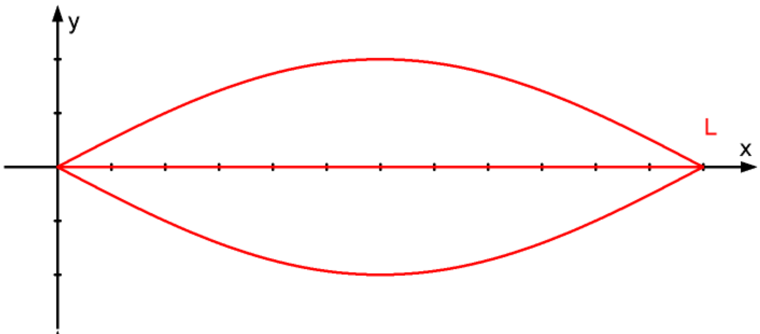
Wird die Wellengeschwindigkeit wie im Bild kleiner (erkennbar an der kleineren Wellenlänge), dann wird die Ausbreitungsrichtung der Welle zum Einfallslot hin gebrochen.

Die Entstehung von stehenden Wellen auf einer Saite hat ihre Ursache in der Reflexion von Wellen.

Regt man die Saite mit einer geeigneten Frequenz an, dann überlagern sich einfallende und reflektierte Wellen zu einer stehenden Welle (Eigenschwingung der Saite).

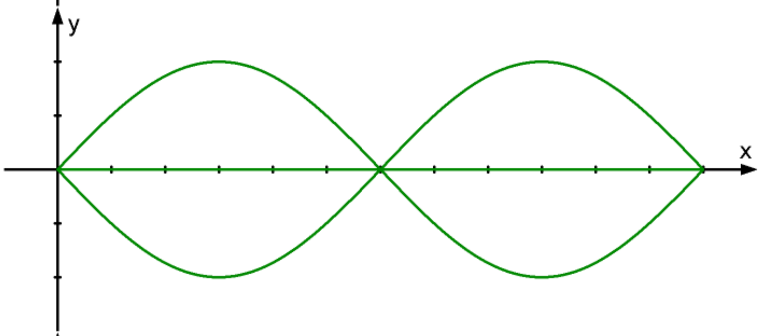
Die Enden der Saite sind Knoten

Folgende stehenden Wellen sind bei einer Saite mit der Länge L möglich



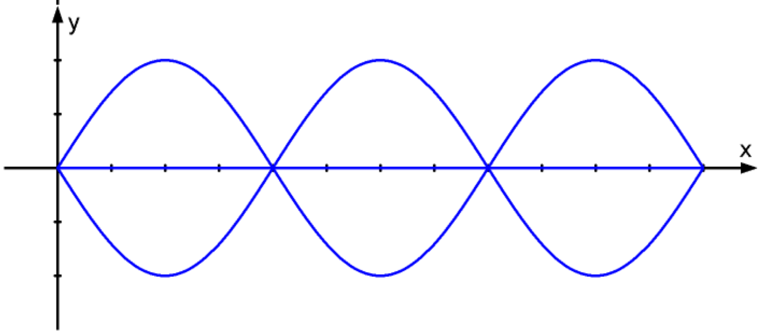
Grundschwingung :

$$L = \frac{\lambda}{2}$$



1. Oberschwingung

$$L = \lambda$$



2. Oberschwingung

$$L = \frac{3}{2}\lambda \text{ usw.}$$