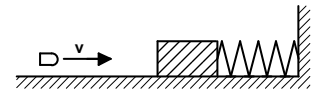


## Impuls- und Energieerhaltung

---

1. Ein 10 g schweres Geschoß trifft mit der Geschwindigkeit

$$v = 450 \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ zentral auf einen } 5,0 \text{ kg schweren Block, der}$$



sich vor einer Feder mit der Härte  $D = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  befindet, und bleibt darin stecken.

a) Wie weit wird die an einer Wand befestigte Feder dadurch zusammengedrückt ?

b) Wie viel mechanische Energie geht dadurch verloren ?

---

### Lösung :

$$\text{Gegeben : } v = 450 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 125 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad m = 0,010 \text{ kg} \quad M = 5 \text{ kg} \quad D = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

a) Gesucht :  $x$

Die kinetische Energie des Blocks nach dem unelastischen Stoß (mit der darin steckenden Kugel) wird in potentielle Energie der Elastizität verwandelt.

Impulserhaltung :

$$u = \frac{mv}{(M+m)} = \frac{0,010 \cdot 125 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5,01 \text{ kg}} = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{1}{2} D \cdot x^2 = \frac{1}{2} (M+m) \cdot u^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{M+m}{D}} \cdot u \quad x = \sqrt{\frac{5,01 \text{ kg}}{500 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} \cdot 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2,5 \text{ cm}$$

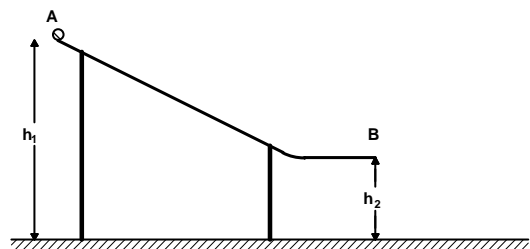
b) Gesucht :  $\Delta E$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{1}{2} D \cdot x^2 \quad \Delta E = \frac{1}{2} \cdot 0,01 \text{ kg} \cdot \left(125 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (0,025 \text{ m})^2 =$$

---

2. Ein kleine Kugel rollt von A aus die nach B führende Bahn hinab und stürzt von dort auf den (schraffiert gezeichneten) Boden.

a) Mit welcher Geschwindigkeit verlässt die Kugel bei B die Bahn ?



b) Mit welcher Geschwindigkeit und unter welchem Winkel gegen die Horizontale gemessen trifft die Kugel auf den Boden ?

Es ist  $h_1 = 1,2 \text{ m}$  und  $h_2 = 0,3 \text{ m}$

---

Gegeben :  $h_1 = 1,2 \text{ m}$     $h_2 = 0,30 \text{ m}$

a) Gesucht  $v$

Energieerhaltung :

$$mg \cdot h_1 = mg \cdot h_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2g \cdot (h_1 - h_2)}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,9 \text{ m}} = 4,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Gesucht :  $v_2$

Energieerhaltung :

$$v = \sqrt{2gh_1} \quad v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,2 \text{ m}} = 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Geschwindigkeitdreieck :

$$\cos \alpha = \frac{4,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

**Die Kugel trifft  $30^\circ$  gegen die Horizontale auf.**

---

4. Eine Rakete der Masse  $10 \text{ t}$  bewegt sich mit  $v = 1 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  von der Erde weg.

Welche Geschwindigkeit erhält die Rakete, wenn plötzlich ein  $\frac{1}{10}$  ihrer Masse mit einer Geschwindigkeit von  $2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  relativ zur Rakete nach hinten ausgestoßen wird ?

---

**Lösung :**

Im Bezugssystem, in dem sich die Rakete mit  $1 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  bewegt, werden die Treibgase mit  $1 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  ausgestoßen.

Impulserhaltung :

$$\text{Gegeben : } v_1 = 1000 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad u_2 = -1000 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad M = 10000 \text{ kg} \quad m = 1000 \text{ kg}$$

Gesucht :  $u_1$

$$M \cdot v_1 = (M - m) \cdot u_1 + m \cdot u_2 \quad \Rightarrow \quad u_1 = \frac{M \cdot v_1 - m \cdot u_2}{M - m} = \frac{10 \text{ t} \cdot 1 \frac{\text{km}}{\text{s}} - 1 \text{ t} \cdot (-1 \frac{\text{km}}{\text{s}})}{9 \text{ t}} = 1,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

---

5. Ein Wagen A der Masse  $m_1$  trifft in einem ersten Versuch in zentralem Stoß mit der Geschwindigkeit  $50 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  auf einen ruhenden Wagen B der Masse  $m_2$ .

Nach dem Zusammenstoß bewegt sich A in  $10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  in die entgegengesetzte Richtung, während sich B mit  $30 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  bewegt.

In einem zweiten Versuch wird A mit einem Gewicht der Masse 1,0 kg beladen und stößt wiederum mit der Geschwindigkeit  $50 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  auf B. Nach dem Stoß bleibt A in Ruhe, während B mit  $50 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  weiterfährt. Man berechne die Masse beider Wagen.

---

$$\text{Gegeben : } v_1 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad u_1 = -0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad u_2 = 0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m_2 = m_1 + \Delta m \text{ mit } \Delta m = 1 \text{ kg}$$

$$\overline{v}_1 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \overline{v}_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \overline{u}_1 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \overline{u}_2 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Gesucht :  $m_1$  und  $m_2$

Impulserhaltung und Lösung des Gleichungssystems ergibt :

$$m_1 = 1 \text{ kg und } m_2 = 2 \text{ kg}$$

---

## Wurfbewegungen

---

1. Ein Ball wird mit einer Geschwindigkeit von  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  im Winkel von  $30^\circ$  abgeschossen und landet auf einem 3,75 m hohen Dach.

Wann erreicht er das Dach und wie weit ist er bis zum Auftreffen in horizontaler Richtung geflogen ?

---

**Lösung :**

Gegeben :  $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$     $\alpha = 30^\circ$     $h = 3,75 \text{ m}$

Gesucht : T, W

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \quad v_x = 17,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha \quad v_{0y} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Steigzeit : } t_1 = \frac{v_{0y}}{g} \quad t_1 = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1,0 \text{ s}$$

Steighöhe:

$$H = v_{0y} \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 \quad H = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 \text{ s})^2 = 5,1 \text{ m}$$

Fallzeit :

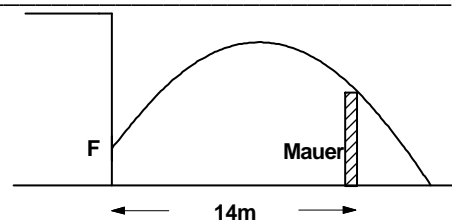
$$\frac{1}{2} g \cdot t_2^2 = H - h \quad \Rightarrow \quad t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (H - h)}{g}} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (5,1 \text{ m} - 3,75 \text{ m})}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0,52 \text{ s}$$

$$T = t_1 + t_2 = 1,52 \text{ s}$$

$$W = v_{0x} \cdot T \quad W = 17,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,52 \text{ s} = 26,3 \text{ m}$$

---

2. Ein Stein wird mit einer Geschwindigkeit von  $16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  unter einem Winkel von  $60^\circ$  aus einem  $2,0 \text{ m}$  über dem Boden gelegenen Fenster F eines Hauses geworfen so, dass er gerade noch über eine in  $14 \text{ m}$  Entfernung stehende Mauer fliegt.



a) Bestimmen Sie die Höhe der Mauer.

b) Berechnen Sie, in welcher Entfernung von der Mauer der Stein zu Boden fällt.

---

**Lösung :**

Gegeben :  $v_0 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$     $\alpha = 60^\circ$     $w = 14 \text{ m}$

a) Gesucht : h

$$v_{0x} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Zeit beim Überfliegen der Mauer : } t = \frac{w}{v_{0x}} \quad t = \frac{14 \text{ m}}{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1,75 \text{ s}$$

$$v_{0y} = 13,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Steigzeit : } T = \frac{v_{0y}}{g} = 1,4 \text{ s}$$

$$\text{Steighöhe : } H = 9,8 \text{ m}$$

$$\text{Zeit bis zum Überqueren der Mauer : } 1,75 \text{ s} - 1,4 \text{ s} = 0,35 \text{ s}$$

In dieser Zeit wird durchfallen : 0,60 m

$$\text{Höhe der Mauer : } 9,8 \text{ m} + 2 \text{ m} - 0,6 \text{ m} = 11,2 \text{ m}$$

$$\text{Zeit vom Scheitel bis zum Auftreffen : } t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 11,8 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1,6 \text{ s}$$

$$\text{Wurfweite : } W = 26,4 \text{ m}$$

---

## Kreisbewegung

---

1. Eine Achterbahn enthält einen kreisförmigen Looping mit 22 m Durchmesser.

a) Wie schnell muss ein Wagen im obersten Punkt des Loopings sein, damit sich die Passagiere gerade schwerelos fühlen ?

b) Mit welcher Kraft wird dann eine Personen mit 80 kg Masse im untersten Punkt der Kreisbahn gegen ihren Sitz gedrückt ?

---

## Lösung :

Gegeben : r = 11 m

a) Gesucht : v

Im höchsten Punkt der Loopingbahn ist die erforderliche Zentripetalkraft gleich der Summe der Gewichtskraft der Person und einer von der Bahn stammenden Kraft. Beide Kräfte sind nach unten gerichtet.

Eine Person fühlt sich schwerlos, wenn sich nicht mehr gegen ihren Sitz gedrückt wird.

Folge : Die Bahn übt keine Kraft mehr auf die Person aus.

$$F_r = G \Leftrightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \Rightarrow v = \sqrt{g \cdot r} = 10,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Gesucht :  $F_1$  für  $m = 80 \text{ kg}$

Im tiefsten Punkt ist die erforderliche Zentritalkraft gleich der Summe der Gewichtskraft der Person und einer von der Bahn stammenden Kraft. Diese Kraft ist entgegengesetzt gleich der Kraft mit der die Person in den Sitz gedrückt wird und nach oben gerichtet.

Die Geschwindigkeit im tiefsten Punkt der Bahn berechnet sich mit dem Energierhaltungssatz.

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 + mg \cdot 2r = \frac{1}{2} m g \cdot v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{v^2 + 4gr} \Rightarrow v_1 = \sqrt{5gr} = 23,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F_{r1} = G + F_1 = -mg + F_1 \Rightarrow m \cdot \frac{v_1^2}{r} = -mg + F_1 \Rightarrow 5mg = -mg + F_1$$

$$F_1 = 6mg \quad F_1 = 4,7 \text{ kN}$$

---

2. Ein 900 kg schweres Auto fährt auf nasser Straße ( $\mu_H = 0,60$ ) mit  $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  eine Kurve mit 200 m Radius.

Untersuchen Sie rechnerisch, ob das Auto dabei ins Schleudern kommt.

$$\text{Gegeben : } m = 900 \text{ kg} \quad \mu_H = 0,60 \quad v = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad r = 200 \text{ m}$$

Die erforderliche Zentripetalkraft darf die Haftreibungskraft nicht übersteigen.

$$F_r = m \frac{v^2}{r} \quad F_r = 900 \text{ kg} \cdot \frac{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{200 \text{ m}} = 4,05 \text{ kN}$$

$$\text{Maximale Haftreibungskraft : } F = \mu_H \cdot mg \quad F = 0,6 \cdot 900 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8,8 \text{ kN}$$

---

3. Ein Verkehrsflugzeug, das noch nicht landen darf, fliegt über dem Flughafen eine Warteschleife (immer im Kreis). Dazu drosselt es seine Geschwindigkeit auf  $360 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  und neigt sich um  $15^\circ$  gegen die Horizontale.

- a) Welchen Radius hat der Kreis, den es fliegt ?
- b) Wie viele Umdrehungen pro Minute macht das Flugzeug ?
- c) Wie groß ist die gesamte Kraft, die in dieser Situation auf einen 70 kg schweren Passagier wirkt ?
- 

**Lösung :**

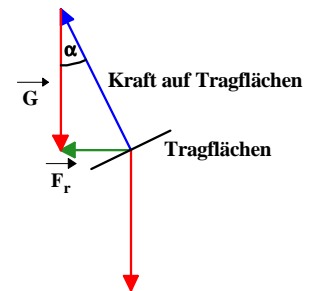
- a) Gesucht : r

$$\tan\alpha = \frac{F_r}{G} = \frac{m \cdot \frac{v^2}{r}}{mg} = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow r = \frac{v^2}{\tan\alpha \cdot g} \quad r = \frac{\left(100 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\tan 153,8^\circ \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3,8 \text{ km}$$

- b) Gesucht : n

$$v = \omega \cdot r = 2\pi f \cdot r \Rightarrow f = \frac{v}{2\pi \cdot r} \quad f = \frac{100 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\pi \cdot 3800 \text{ m}} = 4,19 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$$

$$n = f \cdot t \quad f = 4,19 \cdot 10^{-3} \text{ Hz} \cdot 60 \text{ s} = 0,25$$



Das Flugzeug macht in der Minute eine Viertelumdrehung.

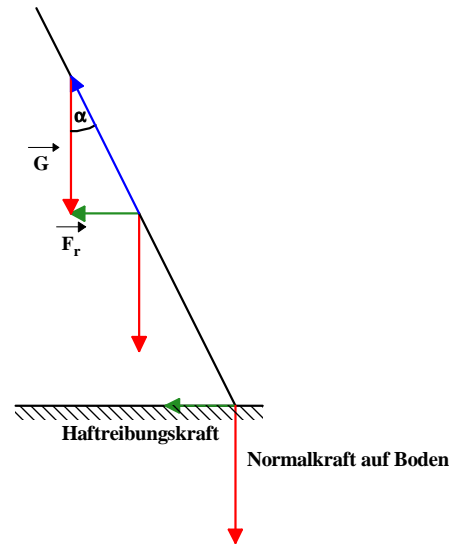
---

4. Um welchen Winkel muß sich ein Radfahrer gegen die Vertikale neigen, wenn er mit  $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  ein Kreisstück mit 10 m Radius durchfährt ?

Wie groß muß die Haftreibungszahl mindestens sein, damit das Rad bei waagrechtem Boden nicht wegrutscht ?

Gegeben :  $v = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   $r = 10 \text{ m}$

Gesucht :  $\alpha, \mu_H$



$$\tan\alpha = \frac{F_r}{G} = \frac{m \cdot \frac{v^2}{r}}{mg} = \frac{v^2}{rg} \quad \tan\alpha = \frac{\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{10 \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow \alpha = 14,3^\circ$$

$$F_{HR} \geq F_r \Leftrightarrow \mu_H \cdot mg \geq m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow \mu_H \geq \frac{v^2}{rd} \quad \mu_H \geq 0,26$$

5. Die Ketten eines Kettenkarussells sind im Abstand 6,0 m von der Drehachse aufgehängt. Die Ketten sind 5,0 m lang.

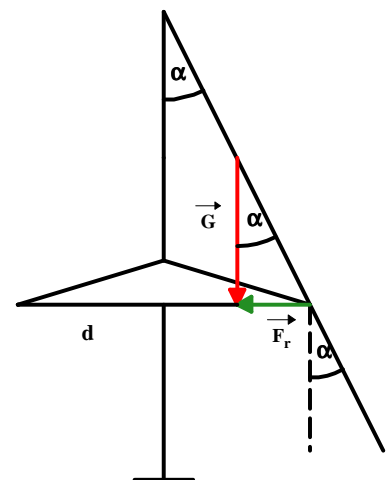
Um welchen Winkel neigen sich die Ketten nach außen, wenn sich das Kettenkarussell mit der Frequenz 0,05 Hz dreht ?

Mit welcher Bahngeschwindigkeit bewegt sich eine mitfahrende Person ?

Gegeben :  $d = 6,0 \text{ m}$   $L = 5,0 \text{ m}$   $f = 0,05 \text{ Hz}$

Gesucht :  $\alpha$  und  $v$

Man verlängert gedanklich die Kette bis zum Schnittpunkt mit der Drehachse und betrachtet den Aufhängpunkt.





$$\tan\alpha = \frac{F_r}{G} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot r}{mg} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{(2\pi f)^2 \cdot d}{g} \quad \tan\alpha = \frac{(0,1\pi)^2 \cdot 6 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow \alpha = 3,45^\circ$$

$$v = \omega R = \omega(d + L \cdot \sin\alpha) \quad v = 0,1\pi \cdot (6 \text{ m} + 5 \text{ m} \cdot \sin 3,45^\circ) = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$


---

6. Wie stark muss die äußere Schiene überhöht sein, damit ein Zug mit  $216 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  in einer Kurve von 900 m Radius senkrecht auf die Verbindungslinie beider Schienen drückt, so dass jegliche Kippgefahr ausgeschlossen ist ?

---

**Lösung :**

Gegeben :  $v = 216 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad r = 900 \text{ m}$

Gesucht :  $\alpha$

$$\tan\alpha = \frac{v^2}{rg} \quad \tan\alpha = \frac{\left(60 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{900 \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow \alpha = 22^\circ$$


---

7. Ein kleiner Körper mit der Masse 0,5 kg wird an einem Faden der Länge 1,0 m auf einem Kreis in einer vertikalen Ebene herumgeschleudert. Dabei wird die Umlaufgeschwindigkeit des Körpers ganz allmählich gesteigert. Bei einer Belastung von 25 N reißt der Faden.

a) An welcher Stelle der Bahn der Faden reißt ? Begründung !

b) Welche Bahngeschwindigkeit hat der Körper zu diesem Zeitpunkt ?

---

**Lösung :**

Gegeben :  $m = 0,5 \text{ kg} \quad r = 1,0 \text{ m} \quad F = 25 \text{ N}$

a) Im tiefsten Punkt, da hier Gewichtskraft und Fadenkraft entgegengesetzt gerichtet sind

b) Gesucht :  $v$

$$F_r = G + F = -mg + F \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = -mg + F \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F - mg}{m} \cdot r}$$

$$v = \sqrt{\frac{25 \text{ N} - 0,5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,5 \text{ kg}}} \cdot 1 \text{ m} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## Harmonische Schwingung

1. Ein Federpendel vollführt 12 Schwingungen in 15 s wobei der Abstand der Umkehrpunkte 16 cm beträgt. Die Zeitmessung beginnt bei Durchgang durch die Nulllage nach oben.

- An welcher Stelle befindet sich der Körper nach 0,70 s ?
- Bestimme Geschwindigkeit und Beschleunigung nach 0,70 s und gib die jeweilige Richtung an.
- Wann besitzt der Körper maximale Geschwindigkeit und wie groß ist sie ?
- Nach welcher Zeit befindet sich der Körper zum sechsten Mal 3 cm über der Nulllage ?

2. Zwischen zwei entspannten Federn, die auf Zug und Druck reagieren, und deren jede die Federhärte  $0,1 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$  hat, ist eine Kugel mit der Masse 200 g befestigt.

Die Kugel wird um  $A = 5 \text{ cm}$  seitlich ausgelenkt.

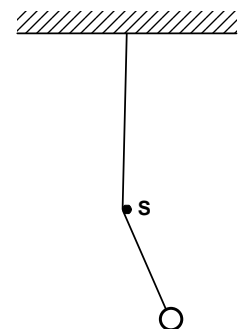
Berechnen Sie :



- die zur Auslenkung  $A$  nötige Kraft  $F_A$ .
- die Zeitdauer  $T$  einer Schwingung.
- die Geschwindigkeit der Kugel beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage.
- die Beschleunigung der Kugel beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage.
- die Auslenkung der Kugel, bei der die Kugel 30% ihrer Maximalgeschwindigkeit hat.

3. Dreißig Zentimeter unter dem Aufhängepunkt eines 50 cm langen Fadenpendels befindet sich ein fester Stift S, an den sich der Faden während des Schwingens vorübergehend anlegt.

Wie viele Schwingungen führt das Pendel in einer Minute aus



**Lösung :**

$$T = \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}} + \pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{g}} \quad n = 52$$

---