

I. Kinematik

1.1 Ortsbeschreibung

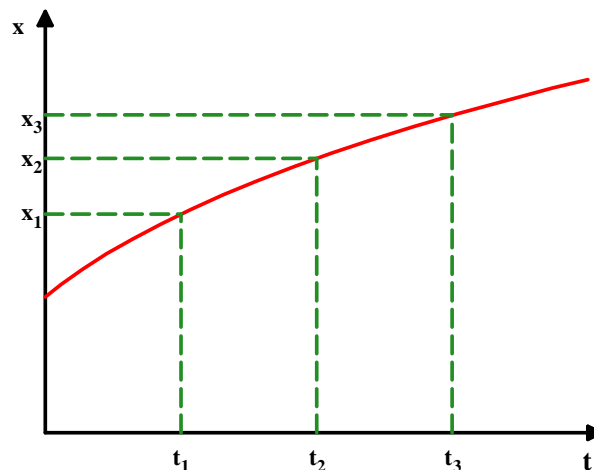
Kinematik ist die Beschreibung von Bewegungen ohne deren Ursachen zu hinterfragen.

Wir beschreiben die Position eines Teilchens bei der Bewegung auf einer geraden Linie durch den gerichteten Abstand des Teilchens von einem bestimmten Punkt auf der Geraden, dem sog. **Bezugspunkt**, und verwenden dafür die Variable x . Ändert sich x mit der Zeit t , dann ist x eine Funktion der Zeit $x(t)$.

Gerichteter Abstand bedeutet, dass man Positionen links und rechts vom Bezugspunkt durch Vorzeichen unterscheidet.

Die Zuordnung $t \rightarrow x(t)$ bezeichnet man als **Zeit-Ort-Funktion**.

Den Graphen der Zeit-Ort-Funktion bezeichnet man als **Zeit-Ort-Diagramm** :



1.2 Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit

Befindet sich ein Körper zur Zeit t_1 am Ort x_1 und zur Zeit t_2 am Ort x_2 , dann heißt

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

die Ortsveränderung des Körpers im Zeitraum bzw. Zeitintervall

$$\Delta t = t_2 - t_1.$$

Bewegt sich ein Körper so, dass die Ortsveränderung Δx und die dazu benötigte Zeit Δt zueinander proportional sind,

$$\Delta x \sim \Delta t$$

dann spricht man von einer **gleichförmigen Bewegung**.

Die Proportionalitätskonstante

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} \quad \text{mit} \quad [v] = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

gibt die Größe der Ortveränderung pro Sekunde bzw. pro Zeiteinheit an und heißt **Geschwindigkeit v** (engl velocity) der Bewegung.

Beachte :

$v > 0$: Die Bewegung erfolgt in positive x-Richtung

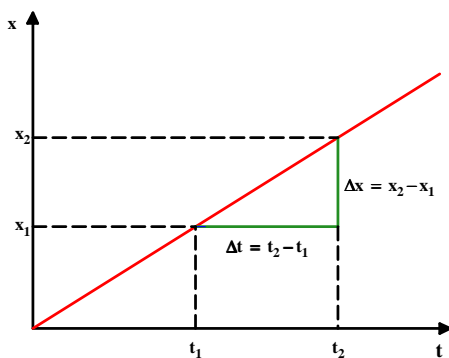
$v = 0$: Der Körper ruht

$v < 0$: Die Bewegung erfolgt in negative x-Richtung.

Bemerkung :

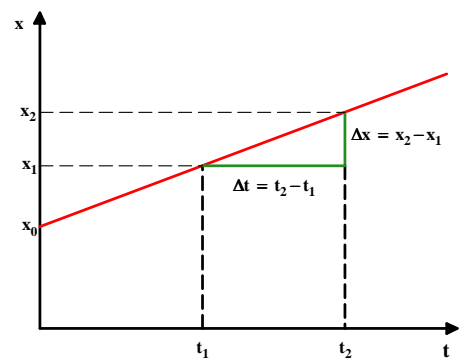
Bewegt sich der Körper im Zeitintervall $[t_1 ; t_2]$ nicht mit konstanter Geschwindigkeit, dann heißt der $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ die **mittlere Geschwindigkeit** oder **Durchschnittsgeschwindigkeit** \bar{v} in diesem Zeitintervall.

Das Zeit-Ort-Diagramm :



Es gilt :

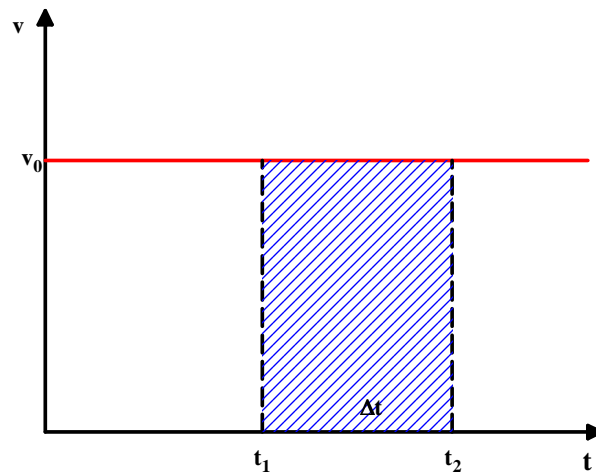
$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{v} \cdot t$$



Es gilt :

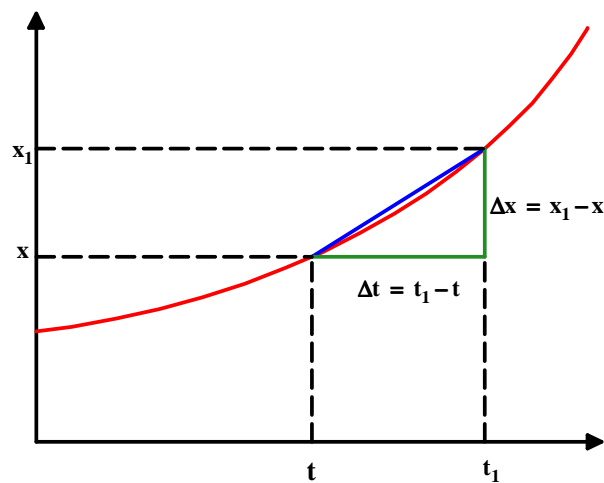
$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 + \mathbf{v} \cdot t$$

1.3 Das Zeit - Geschwindigkeits - Diagramm



Wegen $\Delta x = v_0 \cdot \Delta t$ ist die Fläche unter dem t-v-Diagramm ein Maß für den zurückgelegten Weg.

1.4 Die Momentangeschwindigkeit



Befindet sich der Körper zur Zeit t am Ort x und zur Zeit t_1 am Ort x_1 , dann ist die mittlere Geschwindigkeit im Zeitintervall $[t; t_1]$ gegeben durch

$$\bar{v}(t; t_1) = \frac{x_1 - x}{t_1 - t}$$

Den Grenzwert

$$v(t) = \lim_{t_1 \rightarrow t} \bar{v}(t; t_1) = \lim_{t_1 \rightarrow t} \frac{x_1 - x}{t_1 - t}$$

bezeichnet man als **Momentangeschwindigkeit** $v(t)$ des Körpers zur Zeit t .

Mathematisch gesehen ist die Momentangeschwindigkeit zur Zeit t der Anstieg der Tangente an den Graphen Zeigt-Ortsfunktion im Punkt $(t; x(t))$.

Eine Bewegung, bei der sich die Momentangeschwindigkeit ändert, heißt beschleunigte Bewegung.

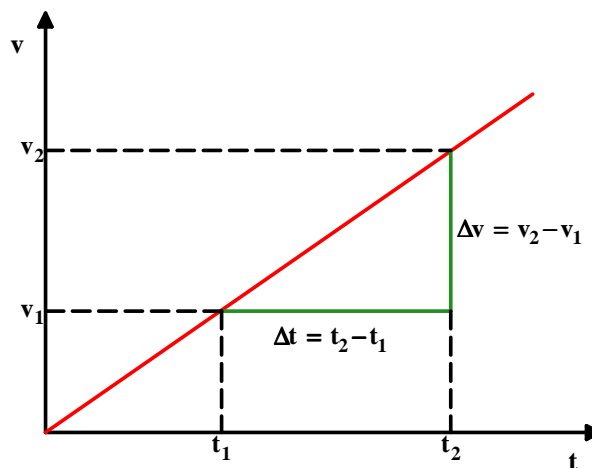
1.5 Die Beschleunigung

Hat ein Körper zur Zeit t_1 die Momentangeschwindigkeit v_1 und zur Zeit t_2 die Momentangeschwindigkeit v_2 , dann heißt

$$\Delta v = v_2 - v_1$$

die Geschwindigkeitsänderung des Körpers im Beschleunigungszeitraum

$$\Delta t = t_2 - t_1.$$



Bewegt sich ein Körper so, dass die Geschwindigkeitsänderung Δv und der Beschleunigungszeitraum Δt zueinander proportional sind,

$$\Delta v \sim \Delta t$$

dann spricht man von einer **gleichförmig beschleunigten Bewegung**.

Die Proportionalitätskonstante

$$\boxed{\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}} \text{ mit } [\mathbf{a}] = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

gibt die Größe der Geschwindigkeitsänderung pro Sekunde bzw. pro Zeiteinheit an und heißt **Beschleunigung a** (engl. acceleration) der Bewegung.

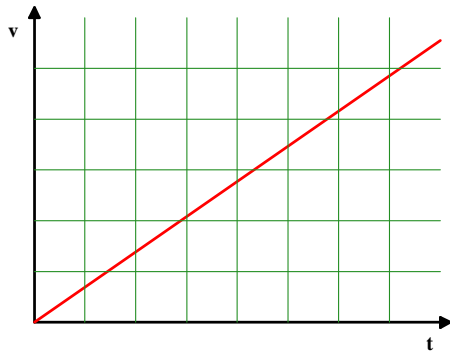
Beachte :

$a > 0$: Die Geschwindigkeit wird erhöht

$a = 0$: Der Körper bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit

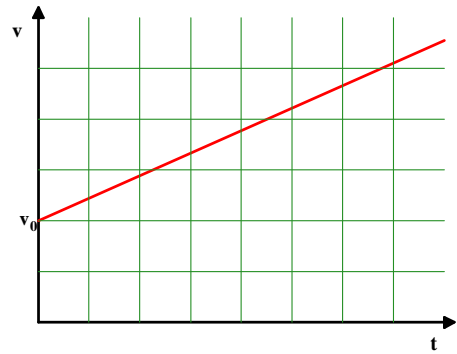
$a < 0$: Die Geschwindigkeit wird erniedrigt

Das Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm :



Es gilt :

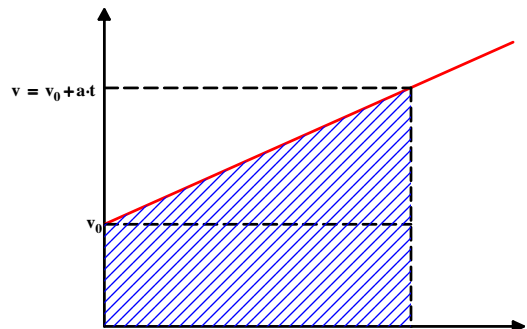
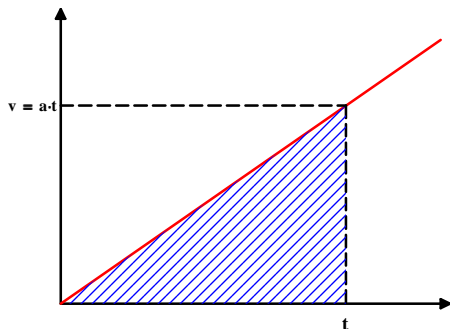
$$\boxed{\mathbf{v(t) = a \cdot t}}$$



Es gilt :

$$\boxed{\mathbf{v(t) = v_0 + v \cdot t}}$$

2.3 Die Zeit - Ort - Funktion



Es gilt :

$$x(t) = \frac{1}{2}t \cdot v = \frac{1}{2}t \cdot a \cdot t = \frac{1}{2}a \cdot t^2$$

Es gilt :

$$x(t) = \frac{1}{2}a \cdot t^2 + v_0 t$$

Hat ein Körper zu Zeit $t = 0$ die Momentangeschwindigkeit v_0 und die Ortskoordinate x_0 und bewegt er sich mit der konstanten Beschleunigung a weiter, dann ist seine Ortskoordinate $x(t)$ zur Zeit t gegeben durch

$$x(t) = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

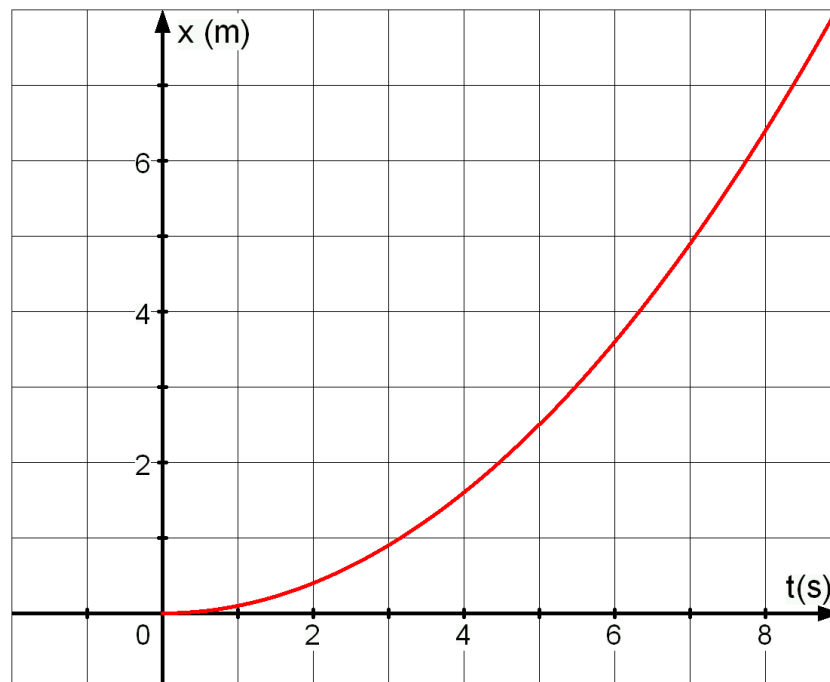
Das Zeit - Ortsdiagramm :

Das Zeit- Ortsdiagramm ist einer Bewegung mit konstanter Beschleunigung ist eine Parabel.

Beispiel :

Ein Körper bewegt sich mit $a = 0,20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ aus der Ruhe heraus vom Bezugspunkt weg.

Zeichne das Zeit - Ort - Diagramm der Bewegung.



2.4. Die Ort - Geschwindigkeits - Funktion

Hat ein Körper zur Zeit $t = 0$ die Geschwindigkeit v_0 und bewegt er sich mit konstanter Beschleunigung a vom Bezugspunkt weg, dann gilt für die Ortskoordinate x und die Geschwindigkeit v zur Zeit t

$$(1) v = v_0 + a \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$(2) x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$$

Einsetzen von (1) in (2) :

$$x = \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2 + v_0 \frac{v - v_0}{a} = \frac{v - v_0}{a} \left[\frac{1}{2} (v - v_0) + v_0 \right] = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Leftrightarrow v^2 - v_0^2 = 2ax$$

Hat ein Körper zur Zeit $t = 0$ die Geschwindigkeit v_0 und bewegt er sich mit konstanter Beschleunigung a weg, dann gilt für seine Geschwindigkeit $v(x)$ am Ort x

$$\boxed{v(x)^2 - v_0^2 = 2ax}$$
