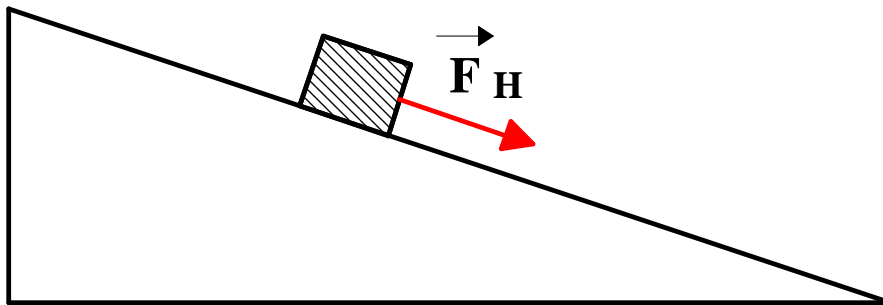


II. Die Newtonschen Gesetze

2.1 Kräfte



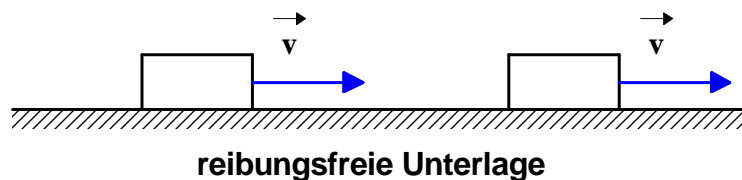
Um einen Körper zu beschleunigen, müssen Körper aus der Umgebung ihn einwirken. Man sagt die Umgebung wirkt auf ihn Kräfte aus.

Die Kraft ist ein vektorielle Größe. Der Betrag F einer Kraft \vec{F} wird in der Einheit Newton gemessen.

$$[F] = 1 \text{ N}$$

Bei eindimensionalen Bewegungen verzichtet man auf die Pfeilschreibweise und unterscheidet die zwei möglichen Krafrichtungen durch Vorzeichen.

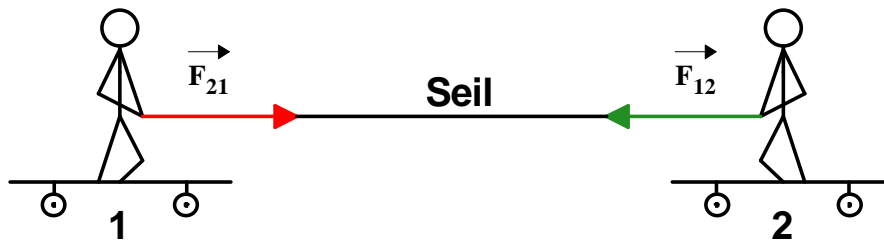
2.2. Das 1. Newtonsche Gesetz - der Trägheitssatz



Ein Körper, auf den keine Kraft einwirkt, bleibt relativ zum Beobachter in Ruhe oder bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig weiter.

Man sagt, Körper mit der Masse m seien träge.

2.3 Das 3. Newtonsche Gesetz - der Satz von actio = reactio



Drittes Newtonsches Gesetz :

Übt ein Körper 1 die Kraft \vec{F}_{12} auf einen Körper 2 aus, dann übt dieser die entgegengesetzte gleich große Kraft \vec{F}_{21} auf ihn aus.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

2.3 Das 2. Newtonsche Gesetz

Zweites Newtonsche Gesetz :

Ist die Summe aller auf einen Körper der Masse m wirkenden Kräfte gleich einer konstanten Kraft F , dann wird bewegt sich dieser Körper mit einer konstanten Beschleunigung a und es gilt

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}$$

oder um einem Körper der Masse m die konstante Beschleunigung a zu geben, muss für die Summe F aller angreifenden Kräfte

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$$

gelten.

Bemerkung :

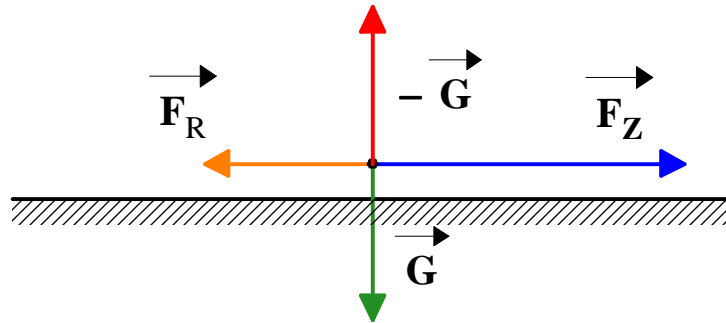
Die physikalische Größe Kraft leitet sich daher von den Grundgrößen Masse, Länge und Zeit ab. Es ist

$$[F] = 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1 N ist die Kraft, die einem Körper der Masse 1 kg eine Beschleunigung von $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ erteilt.

2.3 Beispiele

1. Bewegung auf horizontaler Bahn



Auf den Körper wirkt die Zugkraft \vec{F}_Z und die Reibungskraft \vec{F}_R in entgegengesetzte Richtungen.

Der Körper drückt mit seiner Gewichtskraft auf den Boden. Der Boden übt nach action = reactio die entgegengesetzt gleich große Kraft $-\vec{G}$ auf den Körper aus.

Wirkt Reibung zwischen dem Körper und dem Boden, dann ist im einfachsten Fall der Betrag der Reibungskraft gegeben durch $F_R = \mu \cdot G = \mu \cdot mg$.

Beschleunigte Masse : m

Beschleunigende Kraft : $F = F_Z + F_R = F_Z - \mu mg$

2. Newtonsches Gesetz : $F = F_Z + F_R = F_Z - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F_Z - \mu \cdot m \cdot g}{m}$

Bemerkung :

Man unterscheidet zwischen Haftreibung und Gleitreibung.

Um einen ruhenden Körper in Bewegung zu versetzen, dann muss der Betrag der Zugkraft die Haftreibungskraft übersteigen. Diese ist im einfachsten Fall gegeben durch

$$F_{R_H} = \mu_H \cdot mg$$

mit der Haftreibungszahl μ_H .

Hat das Gleiten eingesetzt, dann wirkt die Gleitreibungskraft

$$F_{R_G} = \mu_G \cdot mg$$

mit der Gleitreibungszahl μ_G

2. Der freie Fall

Lässt man einen Körper der Masse m im Schwerfeld der Erde fallen, dann nennt man die sich ergebende Bewegung einen freien Fall.

Beschleunigte Masse : m

Beschleunigende Kraft : $F = G = mg$

2. Newtonsches Gesetz : $ma = mg \Rightarrow a = g$

$$\text{mit } [g] = 1 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ergebnis :

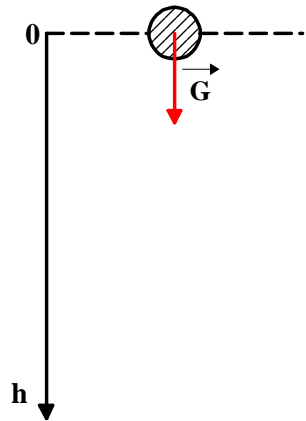
Greifen außer der Schwerkraft keine weiteren Kräfte an, dann fallen alle Körper am gleichen Ort mit der Fallbeschleunigung g .

Der Wert von g ist ortsabhängig. Er beträgt in Mitteleuropa ca.

$$\mathbf{g = 9,81 \frac{m}{s^2}}$$

Damit ergeben sich folgende Bewegungsgleichungen für den freien Fall

$$\begin{aligned} \mathbf{v(t) &= gt} \\ \mathbf{h(t) &= \frac{1}{2}gt^2} \\ \mathbf{v^2 &= 2gh} \end{aligned}$$

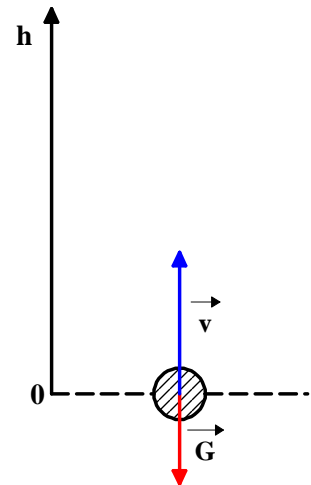


3. Der senkrechte Wurf nach oben

Wird ein Körper mit im Schwerfeld der Erde mit einer vertikalen gerichteten Geschwindigkeit v_0 nach oben geworfen, dann nennt man die sich ergebende Bewegung einen senkrechten Wurf nach oben.

Die Fallbeschleunigung ist der Abwurf geschwindigkeit entgegen gerichtet.

Damit ergeben sich folgende Bewegungsgleichungen für den senkrechten Wurf nach oben



$$\begin{aligned}v(t) &= v_0 - gt \\h(t) &= v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \\v(h)^2 - v_0^2 &= -2gh\end{aligned}$$

Die Dauer T für die sich ergebende Auf- und Abwärtsbewegung, die sog. Wurfzeit T , erhält man aus

$$h(T) = v_0 T - \frac{1}{2}gT^2 = 0 \Rightarrow T(v_0 - \frac{1}{2}gT) = 0 \Rightarrow \mathbf{T = \frac{2v_0}{g}}$$

Ist H die maximale Höhe die der Körper erreicht, die sog. Wurfhöhe, dann gilt

$$v(H) = 0 \Rightarrow -v_0^2 = -2gH \Rightarrow \mathbf{H = \frac{v_0^2}{2g}}$$

4. Beschleunigte Bewegung im Schwerfeld der Erde nach oben bzw. nach unten

Ein Körper der Masse m werde im Schwerfeld an einem Kraftmesser mit der Beschleunigung a nach oben gezogen. Auf den Körper wirkt die Gewichtskraft G (negativ) und die am Kraftmesser angreifende Zugkraft F_Z (positiv).

Beschleunigte Masse : m

Beschleunigende Kraft : $F = F_Z + G = F_Z - mg$

2. Newtonsches Gesetz :

$$ma = F_Z - mg \quad F_Z = mg + ma = m \cdot (g + a).$$

Nach actio = reactio übt der Körper der die entgegengesetzt gleich große Kraft auf den Kraftmesser aus.

Bewegt sich ein physikalischer Beobachter mit der Beschleunigung a mit, dann ist für ihn der Körper in Ruhe, scheint daher schwerer zu sein.

Bewegt man den Körper beschleunigt nach unten, und rechnet man diesmal die Gewichtskraft positiv und die Zugkraft negativ, dann ergibt sich

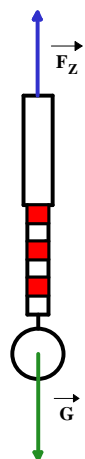
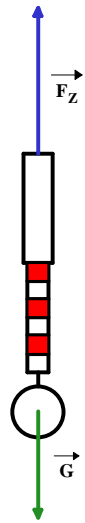
Beschleunigte Masse : m

Beschleunigende Kraft : $F = G - F_Z = mg - F_Z$

2. Newtonsches Gesetz :

$$ma = mg - F_S \quad F_S = mg - ma = m \cdot (g - a).$$

Für einen physikalischen Beobachter, der sich beschleunigt mitbewegt, scheint der Körper leichter zu sein



5. Die Atwoodsche Fallmaschine - Gespanne

Zwei Körper mit den Massen unterschiedlichen Massen m_1 und m_2 sind über eine feste Rolle und ein Seil miteinander verbunden.

Bewegt sich der schwerere Körper nach unten, dann wird der andere nach oben gezogen. Beide Körper bewegen sich mit der gleichen Beschleunigung a .

Betrachtet man beide Körper isoliert (sog. Freischneiden), dann gilt für

m_1 :

Beschleunigende Kraft : $F_1 = G_1 + T_1 = -m_1g + T_1$

2. Newtonsches Gesetz : $m_1a = -m_1g + T_1$

m_2 :

Beschleunigende Kraft : $F_2 = G_2 + T_2 = m_2g + T_2$

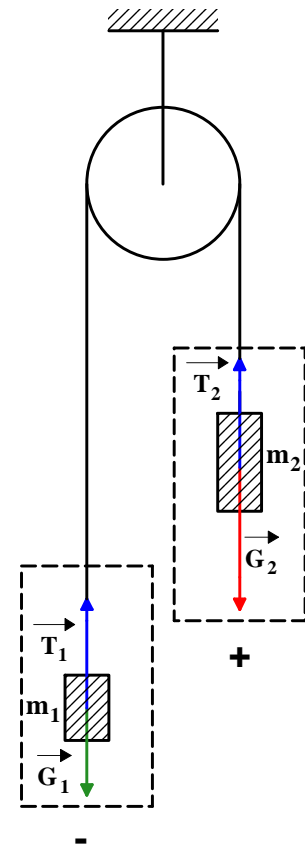
2. Newtonsches Gesetz : $m_2a = m_2g + T_2$

Addition beider Gleichungen ergibt :

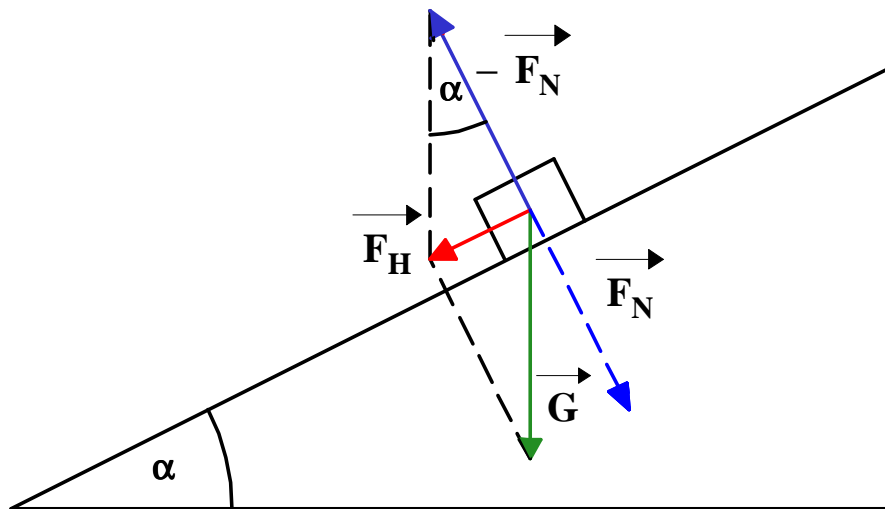
$$m_1a + m_2a = m_2g - m_1g + T_1 + T_2 = (m_2 - m_1) \cdot g \Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot g$$

da wegen actio = reactio $T_1 = -T_2$ ist.

$$\text{Damit ergibt sich } m_1a = T_1 - m_1g \Rightarrow T_1 = m_1a + m_1g = m_1 \cdot (a + g) = m_1 \cdot g \cdot \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} + 1 \right) = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2} g$$



3.5 Die Bewegung auf der schiefen Ebene



Der Körper der Masse m drückt mit der Normalkraft \vec{F}_N senkrecht auf die schiefe Ebene.

Nach actio = reactio übt die schiefe Ebene eine zu \vec{F}_N entgegengesetzt gleich große Kraft $-\vec{F}_N$ auf den Körper auf.

Diese Kraft und die Gewichtskraft \vec{G} addieren sich zur Hangabtriebskraft \vec{F}_H , die parallel zur schiefen Ebene nach unten zeigt.

$$\vec{G} + (-\vec{F}_N) = \vec{F}_H$$

Für die Beträge von Hangabtriebskraft und Normalkraft gilt :

$$F_H = G \cdot \sin \alpha = mg \cdot \sin \alpha$$

und

$$F_N = G \cdot \cos \alpha = mg \cdot \cos \alpha$$

Wirkt Reibung zwischen dem Körper der schiefen Ebene, dann gilt für den Betrag der Reibungskraft

$$F_R = \mu \cdot F_n = \mu \cdot mg \cdot \cos \alpha$$

mit der Reibungszahl μ .

Beschleunigte Masse : m

Beschleunigende Kraft : $F = F_H + F_R = G\sin\alpha + \mu F_n = mg\sin\alpha - mg\cos\alpha$

2. Newtonsches Gesetz : $ma = mg\cdot\sin\alpha - mg\cdot\cos\alpha$

Wirkt zusätzlich eine Zugkraft F_Z ; dann lassen sich zwei Fälle unterscheiden

a) Bewegung nach oben : $ma = F_Z - mg\sin\alpha - mg\cos\alpha$

b) Bewegung nach unten : $ma = F_Z + mg\sin\alpha - mg\cos\alpha$
