

Laplace-Experimente

1. a) Wie groß ist die W'keit, beim Werfen eines Laplace-Würfels eine Sechs zu erhalten ?

b) Wie groß ist die W'keit, dass man beim zweiten Versuch eine Sechs wirft, wenn der erste Versuch schon eine Sechs war ?

2. Wie groß ist die W'keit, bei einem Wurf eines Laplace-Würfels, eine Augenzahl größer als 4 zu werfen ?

3. Eine Münze wird viermal geworfen. Man berechne die W'keiten folgender Ereignisse:

A : Mindestens einmal K

B : Genau einmal K

C : Beim zweiten oder dritten Wurf K

D : Nicht mehr als einmal K

E : Jedes Symbol K und Z wenigstens einmal

4. Aus einem Kartenspiel mit 52 Karten wird eine Karte zufällig gezogen. Man berechne die W'keiten folgender Ereignisse :

A : Die gezogene Karte ist ein As

B : Die gezogene Karte ist Pik

C : Die gezogene Karte ist ein As oder Pik

5. In einer Urne befinden sich 400 Papierlose, die nummeriert sind. Ein Los wird zufällig gezogen. Man berechne die W'keiten folgender Ereignisse:

A : Die gezogene Nummer ist durch 6 teilbar

B : Die gezogene Nummer ist durch 8 teilbar

C : Die gezogene Nummer ist durch 12 teilbar

D : Die gezogene Nummer ist durch 6 oder 8 teilbar

E : Die gezogene Nummer ist durch 6 oder 8 oder 12 teilbar

F : Die gezogene Nummer ist durch 6 und 8 und 12 teilbar

6. Ein Würfel wird zweimal geworfen. Man berechne die W'keiten folgender Ereignisse:

A : Zwei gleiche Augenzahlen

B : Zwei verschiedene Augenzahlen

C : Genau ein Wurf ergibt Augenzahl

D : .Wenigstens ein Wurf ergibt Augenzahl 2

E : .Erster oder zweiter Wurf ergibt Augenzahl 6

F : .Augenzahl des ersten Wurfes ist mindestens 2 und Augenzahl des zweiten Wurfes ist kleiner als 5

7. Man wirft zwei Würfel miteinander. Gesucht sind jeweils die W'keiten für das Eintreffen der folgenden Ereignisse :

A : Augensumme ist 5

B : Augensumme ist 3 oder 7.

C : Augensumme ist durch 3 teilbar.

D : Augensumme ist eine Primzahl E : Augensumme liegt zwischen 3 und 8 ?

8. Gegeben : Würfel I mit den Augenzahlen 3, 3, 4, 4, 5, 6 und Würfel II mit den Augenzahlen 1, 2, 2, 5, 5, 6.

Man wirft beide Würfel miteinander und bestimmt die Summe der Augenzahlen.

Wie groß ist die W'keit, dass diese 9 beträgt ?

9. *Galilei* wurde von einem Fürsten gefragt: Warum erscheint beim Wurf von 3 Würfeln die Augensumme 10 öfter als die Summe 9 (viel diskutierte jahrhundertalte Aufgabe) ?

10. Ein Würfel wird dreimal geworfen. Man berechne die W'keiten folgender Ereignisse :

A : Dreimal Augenzahl 6 B : Drei gleiche Augenzahlen

C : Genau zweimal Augenzahl 1 D : Genau zweimal gleiche Augenzahl

E : Drei verschiedene Augenzahlen F : Augensumme 5 G : Augensumme 7

Baumdiagramm und Pfadregeln

1. Problem des **Chevalier de Méré**

Wir nehmen an, dass das viermalige Werfen eines Würfels und das 24-malige Werfen eines Würfelpaars jeweils ein Laplace-Experiment ist.

Wie groß sind dann die W'keiten, dass dabei im ersten Fall mindestens eine Sechs und im zweiten mindestens ein Sechserpasch geworfen werden ?

2. Aus einer Urne mit 3 roten und 4 schwarzen Kugeln und aus einer Urne mit 2 roten, 2 weißen und 3 schwarzen Kugeln wird je eine Kugel gezogen.

Wie groß ist die W'keit, dass die gezogenen Kugeln die gleiche Farbe haben ?

3. Vier Kugeln werden zufällig auf acht in einer Reihe angeordnete Schubladen verteilt, wobei in jede Schublade höchstens eine Kugel gelegt werden darf.

Wie groß ist die W'keit, dass mindestens zwei benachbarte Schubladen belegt werden ?

4. Aus einem Regal mit fünf verschiedenen Paar Schuhen werden zufällig vier einzelne Schuhe genommen.

Wie groß ist die W'keit, dass wenigstens ein Paar dabei ist ?

5. Berechnen Sie die W'keit, dass beim drei(vier-)maligen Werfen eines regulären Würfels

a) die kleinste geworfene Augenzahl kleiner oder gleich 4 ist.

b) die größte geworfene Augenzahl die 4 ist,

6. Ein regulärer Würfel wird n -mal geworfen. Wie groß ist unter der Annahme, dass es sich dabei um ein Laplace-Experiment handelt, die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses, dass die kleinste geworfene Augenzahl die 2 und die größte die 5 ist ?

7. In zwei Urnen befinden sich jeweils 40 durchnummerierte Lose. Aus jeder Urne werden ohne Zurücklegen zufällig vier Lose gezogen.

Wie groß ist die W'keit, dass unter den acht gezogenen Losnummern wenigstens eine Zahl zweimal vorkommt ?

8. Bei einer Lotterie werde eine vierstellige Losnummer auf die folgende Weise ermittelt: In einer Trommel befinden sich 40 mit den Ziffern 0; 1; ; : : ; 9 versehene Kugeln, wobei jeweils 4 Kugeln die gleiche Ziffer tragen.

Es werden 4 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen und in der Reihenfolge ihrer Ziehung nebeneinandergelegt. Die 4 Ziffern auf den gezogenen Kugeln ergeben dann die Losnummer.

Berechnen Sie die W'keiten der folgenden Ereignisse:

1. Die Losnummer 3494 wird gezogen.

2. Es wird eine Losnummer gezogen, in der nur die Ziffern 1 und 7 vorkommen.
(Beide Ziffern sollen vor kommen.)

3. Es wird eine Losnummer gezogen, die aus 4 verschiedenen Ziffern besteht.

9. Ein Student spielt zugleich in drei verschiedenen Lotterien. In der ersten Lotterie entfallen 1000 Gewinne auf 2000 Lose, in der zweiten 500 auf 2000, in der dritten 1000 auf 4000.

Der Student nimmt bei jeder Lotterie genau 1 Los. Wie groß ist die W'keit, dass der Student

a) in allen drei Lotterien zugleich gewinnt ?

b) in genau zwei Lotterien zugleich gewinnt ?

c) in genau einer Lotterie gewinnt ?

d) in allen drei Lotterien zugleich verliert ?

10. a) Wie groß ist die W'keit, dass beim n -maligen Werfen eines Laplace - Würfels keine Sechs erzielt wird ?

b) Wie oft darf man höchstens würfeln, damit die W'keit keine Sechs zu werfen, größer als 50% ist ?

c) Wie oft muss man mindestens würfeln, damit man mit mindestens 90% W'keit mindestens eine Sechs wirft ?

11. Dem Zöllner Y ist zugespielt worden, dass unter den 40 Passagieren eines gerade ankommenden Fährschiffs zwei Schmuggler sind und Schmuggelware bei sich haben.

Wie viele der Passagiere muss er (zufällig) zur Kontrolle auswählen, um mit einer W'keit von mindestens 90% wenigstens einen der Schmuggler zu erwischen ?

12. In einer Urne befinden sich rote und schwarze Kugeln.

a) Wie groß darf der Anteil roter Kugeln in der Urne höchstens sein, damit beim zehnmaligen Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen die Wahrscheinlichkeit; dass mindestens eine rote Kugel dabei ist, unter 10% liegt ?

b) Wie groß muss der Anteil roter Kugeln in der Urne mindestens sein, damit beim zehnmaligen Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen die W'keit; dass mindestens eine rote Kugel dabei ist, mindestens gleich 99% ist ?

13. Wie groß ist die W'keit, dass in einem Raum mit 20 Personen mindestens 2 am gleichen Tag (d.h. das Geburtsjahr bleibt unberücksichtigt) Geburtstag haben ?

b) Wieviele Personen müssen anwesend sein, damit diese W'keit mindestens 50 % beträgt ?

16. Wie groß ist die W'keit, dass von 4 zufällig aus gewählten Personen genau zwei am selben Tag und alle anderen an verschiedenen Tagen Geburtstag haben ?

17. Vom Kalifen *Harun-al-Rashid* erzählt man sich folgende Geschichte :

Diebe wurden, wenn sie ergriffen und überführt waren, hingerichtet. Dies gefiel seinem Wesir *Al Mansur* nicht. Er bat, jedem Dieb noch eine Chance zu geben und schlug folgendes Verfahren vor:

In drei gleichen Schalen wurden jeweils 5 weiße und eine schwarze Kugel, 4 weiße und 2 schwarze Kugeln, 3 weiße und 3 schwarze Kugeln gelegt, die ansonsten nicht zu unterscheiden waren.

Der Dieb hatte mit verbundenen Augen aus einer der drei Schalen eine Kugel zu ziehen.

Zog er weiß, dann behielt er sein Leben.

a) Wie groß ist die W'keit bei der genannten Verteilung der Kugeln, dass weiß gezogen wurde ?

Der arabische Mathematiker *Whalid al Arabi* erfuhr von diesem Spiel und bat, es doch in folgender Weise zu verändern: Der Dieb konnte, ehe ihm die Augen verbunden wurden, nach eigener Ansicht die Kugeln verteilen.

b) Gibt es eine solche Verteilung der Kugeln, bei der die Chance, das Leben zu behalten, optimal wird ?

Wenn ja, so gebe man eine solche (möglichst gute) Verteilung an und berechne die W'keit dafür, dass der Dieb am Leben bleibt.

18. Wer in Stochastikan durch das Abitur fällt, erhält eine letzte Chance :

Er bzw. sie darf zu einem Fußball-Schießwettbewerb gegen den Schulleiter antreten.

Dabei schießen beide abwechselnd auf ein Loch in einer Torwand. Die Abiturientin oder der Abiturient treffe mit einer W'keit von 0,6 ins Loch, der Schulleiter nur mit der W'keit

1/3. Dafür darf der Schulleiter anfangen.

Der Wettbewerb ist beendet, wenn einer das Loch trifft oder jeder zweimal geschossen hat.

a) Mit welcher W'keit gewinnt die Abiturientin oder der Abiturient ?

b) Mit welcher W'keit geht das Wettschießen unentschieden aus ?
