

Aufgabenblatt 5 : Integralfunktionen, bestimmtes und unbestimmtes Integral

1. Schreibe Sie ohne Integralzeichen

a) $F : x \rightarrow \int_{\pi}^x (\frac{1}{2} \sin t + 3 \cos t + 1) dt, D = \mathbb{R}$ b) $F : x \rightarrow \int_1^x (\frac{1}{12} t^4 - 4t^2) dt, D = \mathbb{R}$ c) $\int_1^x \frac{1}{2} \sqrt{t} dt, D = \mathbb{R}^+$

d) $\int [1 - \cos(2x)] dx$ e) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ f) $\int (\frac{1}{2} x^3 - 2)^2 dx$ g) $\int \frac{(x^2 + 1)(x^2 - 1)}{6x^4} dx$

2. Gegeben ist die Funktionenschar $f_p : x \rightarrow 3x^2 - px + 12, D = \mathbb{R}, p \in \mathbb{R}$

Bestimme p so, dass die zugehörige Integralfunktion $F : x \rightarrow \int_0^x f(t) dt$ die Nullstelle $x = 4$ besitzt.

Wie lauten die anderen Nullstellen von F ?

3. Für eine ganzrationale Funktion f sei $F_0 : x \rightarrow \int_0^x f(t) dt$.

F hat an der Stelle $x = -1$ einen Wendepunkt und bei $x = 2$ den Funktionswert $\frac{94}{9}$.

Der Graph von f besitzt in seinem Schnittpunkt mit der y -Achse eine Tangente mit der Gleichung $3y + 11x - 30 = 0$.

Bestimme die Funktionsgleichung von f .

4. Gegeben ist die Funktion $g : x \rightarrow x^3 - 3x, D = \mathbb{R}$

a) Stellen Sie g auf zwei verschiedene Arten als Integralfunktion dar.

b) Bestimmen Sie alle $C \in \mathbb{R}$, für die $G_C(x) = \int_0^x g(t) dt + C$ keine Integralfunktion von g ist.

5. Bestimme folgende bestimmte Integrale : a) $\int_{\pi}^{2\pi} \sin x dx$ b) $\int_{-a}^a (a - \frac{4}{a} x^2) dx$ c) $\int_a^{a^2} (\frac{1}{ax^2} - \frac{a}{x^4}) dx$

6. Gegeben ist die Funktion $f : x \rightarrow |2x - 2| - 2, D = \mathbb{R}$ und $F : x \rightarrow \int_2^x f(t) dt, D = \mathbb{R}$

a) Schreiben Sie $f(x)$ betragsfrei und zeichnen Sie den Graphen von f im Intervall $[-2; 4]$

b) Zeigen Sie, dass f punktsymmetrisch ist und bestimmen Sie die Koordinaten des Symmetriepunkts.

c) Geben Sie eine integralfreie Darstellung von $F(x)$ und zeichnen Sie den Graphen von F in das bereits angelegte Koordinatensystem.

d) Bestimmen Sie die Stammfunktion S von f mit $S(4) = 2$.

e) Betrachtet werde nun die Funktionenschar $F_k : x \rightarrow \int_2^x (|2t - 2| + k) dt$ mit $D = \mathbb{R}$ und $k \in \mathbb{R}^+$.

Bestimmen Sie die Anzahl der Nullstellen einer Scharfunktion in Abhängigkeit von k .
