Aufgabenblatt 2 : Das bestimmte Integral

==

1. Gegeben ist die Funktion $f : x \to 2x^2 + x$ bzw. $f : x \to \frac{1}{2}x^2 + 1$

   a) Zeige, dass f auf dem Intervall für $x \geq 0$ streng monoton wachsend ist.

   b) Bestimme für die äquidistante Unterteilung des Intervalls $[0; a]$, $a > 0$, in $n (n \in \mathbb{N})$ Teilintervalle die Obersumme $O(n)$ und die Untersumme $U(n)$ in Abhängigkeit von n.

   c) Sei $a = 1$. Bestimme das kleinste n so, dass $O(n) - U(n) \leq \frac{1}{100}$ ist

   d) Bestimme $\int_0^a f(x)dx$ mit einem Grenzwertprozess.

---

2. Gegeben ist $f : x \to x^3$, $D = \mathbb{R}$

   Bestimme mit Hilfe eines Grenzwertprozesses $\int_a^b f(x)dx$ mit $0 \leq a < b$. (Es ist : $\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ Beweis !)

---

3. Berechne und deute geometrisch

   a) $\int_3^5 1dx = \int_3^5 dx$ b) $\int_{-3}^6 x^2dx$ c) $\int_{-3}^{-1} xdx$ d) $\int_{-2}^3 xdx$ e) $\int_{-3}^{-1} x^2dx$ f) $\int_{-3}^{-1} x^3dx$ g) $\int_{-a}^a x^2dx$ h) $\int_{-a}^a x^3dx$

---

4. Berechne folgende Integrale : a) $\int_m^n tdt$ b) $\int_a^{2a} ydy$ c) $\int_{c-1}^{c+1} z^2dz$ und speziell für $c = \sqrt{2}$

---

5. Berechne : a) $\int_4^2 xdx$ b) $\int_{-1}^{-3} xdx$ c) $\int_{-1}^{-3} x^2dx$

---

6. Berechne folgende Integrale :

   a) $\int_1^4 3xdx$ b) $\int_0^3 \frac{x^2}{2}dx$ c) $\int_1^2 (1+x)dx$ d) $\int_{-1}^2 (2x+x^2)dx$ e) $\int_0^1 (2+x)(2-x)dx$

---

7. Berechne die Fläche, die von der Graden $y = 4$ und dem Graphen der Funktion $y = \frac{1}{4}x^2$ eingeschlossen wird.

---

8. Berechne den Inhalt der Fläche, den der Graph der Funktion $f : x \to 4 - x^2$ mit der x-Achse einschließt.

---

9. Welchen Inhalt hat die Fläche, die vom Graphen der Funktion $f : x \to -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 1$, der Ordinate des höchsten Punktes, der x-Achse und der y-Achse eingeschlossenm wird?.

---

10. Bestimme durch geometrische Überlegung : $\int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2}dx$
