Knobelaufgaben

==

Aufgabe 1 :

Untersuche, ob man die Zahl 1 000 000 000 in ein Produkt aus zwei natürlichen Zahlen zerlegen kann, die im Dezimalsystem an der Einerziffer keine Null stehen haben.

Lösung :

Primzahlzerlegung : $1000000000 = 2^9 \cdot 5^9 = 512 \cdot 1953123$

Aufgabe 2 :

Carla möchte mit Streichhölzern von 5 cm Länge eine quadratische Fläche von 1 m Seitenlänge in gleich große, von 4 Streichhölzern begrenzte Quadrate aufteilen.

Wie viele Streichhölzer benötigt Carla dazu ?

Nachdem Carla das gewünschte Muster ausgelegt hat, entfernt sie wieder 121 Streichhölzer, und zwar so, dass möglichst viele der ausgelegten Quadrate vollständig erhalten bleiben.

Wo könnte Carla diese Streichhölzer weggenommen haben und wie viele der Quadrate bleiben vollständig ?

Lösung :

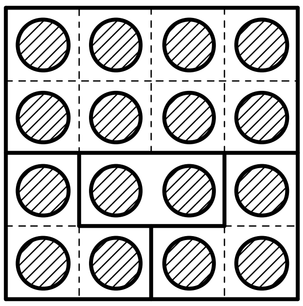
Sie benötigt $20 \cdot 20 + 20 \cdot 20 = 800$ Streichhölzer

Aufgabe 3 :

Fabians Freund Anton hat im Ortsnetz eine sechsstellige Telefonnummer (sie beginnt also nicht mit Null). Die erste Ziffer ist dreimal so groß wie die vierte Ziffer, die fünfte Ziffer zweimal so groß wie die zweite. Die dritte Ziffer ist um 2 kleiner als die Summe der zweiten und vierten Ziffer. Die Telefonnummer enthält mindestens einmal die Ziffer 7, außerdem kommen darin zwei zweistellige Zahlen vor, von denen die eine durch 11 und die andere durch 13 teilbar ist.

Kannst Du Fabian verraten, wie Antons Telefonnummer lautet und wie Du sie herausgefunden hast ?

Aufgabe 4 :



In nebenstehender Zeichnung hat ein Bauer 16 Schafe (Kreise) durch 25 Zaunteile (schwarze Striche) in vier Gruppen von 8, 3, 3 und 2 Schafen aufgeteilt.

Der Bauer möchte nun durch Versetzen von einigen der inneren 9 Zaunteile die 16 Schafe in drei Gruppen von 6, 6 und 4 Schafen aufteilen.

Schaffst du es, indem du nur zwei der inneren Zaunteile versetzt ? Wenn du eine Lösung gefunden hast, versuche es, wieder ausgehend von der abgebildeten Figur, mit dem Versetzen von genau drei inneren Zaunteilen, dann mit vier, fünf, sechs und sieben ! Es genügt, jeweils eine zeichnerische Lösung anzugeben.

Aufgabe 5 :

Iris möchte herausfinden, um wie viel die Summe aller ungeraden vierstelligen Zahlen größer ist als die Sum-me aller geraden vierstelligen Zahlen, ohne die Summen auszurechnen. Kannst du ihr helfen?

Aufgabe 6 :

Max hat eine besondere Zahl gefunden. Wenn er, ausgehend von dieser Zahl, genau 6-mal nacheinander jeweils die Einerziffer streicht und die neue Zahl mit 7 multipliziert, so bleibt ihm am Schluss die Zahl 7 übrig. Außerdem stellt Max fest, dass sich seine Anfangszahl durch 9 teilen läßt.

Von welcher Zahl könnte Max ausgegangen sein ? Gib alle Möglichkeiten an!

Aufgabe 7 :

Anja beschäftigt sich gerne mit der Primfaktorzerlegung natürlicher Zahlen. Dabei behauptet sie, dass die Zahlen 60 und 90 folgende besondere Eigenschaften haben :

Keine der beiden Zahlen ist ein Teiler der anderen, jede ist aber jeweils Teiler des Quadrates der anderen Zahl.

Zeige, dass Anjas Zahlen die geforderten Eigenschaften haben. Finde ein weiteres Paar von Zahlen, die aber nicht durch drei teilbar sind, mit diesen Eigenschaften und weise diese nach !

Aufgabe 8 :

Eine natürliche Zahl heißt q7-Zahl, wenn sie selbst und ihre Quersumme durch 7 teilbar sind.

Allgemein heißt eine natürliche Zahl eine qn-Zahl, wenn sie selbst und ihre Quersumme durch n teilbar sind.

Zeige, dass 133 die kleinste dreistellige q7-Zahl ist. Wie lautet die größte dreistellige q7-Zahl ?

Weise nach, dass es genau eine dreistellige q24-Zahl gibt !

Aufgabe 9 :

Drei Würfel, deren sechs Würfelflächen so von 1 bis 6 nummeriert sind, dass die Summe der Augenzahlen von zwei gegenüberliegenden Flächen jeweils 7 ergibt, liegen unmittelbar nebeneinander in einer Reihe auf einem Tisch.

Bei der folgenden Aufgabe darf jeder Würfel einzeln und unabhängig von den anderen gedreht werden, aber nur um die gemeinsame Längsachse aller drei Würfel.

Warum kann man die Würfel - unabhängig von der Ausgangsstellung - immer so drehen, dass sie mit den nach oben weisenden Augenzahlen eine dreistellige, durch 3 teilbare Zahl anzeigen ?

Beschreibe, bei welcher Ausgangslage der Würfel dies nicht mehr gelingt, wenn man nur den ersten Würfel drehen darf (Begründung!).

Hinweis: Eine Zahl ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

Aufgabe 10 :

Anja hat von ihrem Vater einen Korb voll Glasmurmeln bekommen. Davon schenkte sie Britta die Hälfte und noch eine halbe Murmel, vom Rest an Christa wieder die Hälfte und eine halbe, ebenso an Doris und Erika jedes Mal vom Rest die Hälfte und eine halbe. Alle Murmeln blieben dabei ganz. Wie viele Murmeln hatte Anja am Anfang im Korb, wenn ihr am Schluss genau sechs Murmeln übrig geblieben sind ?

Lösung :

Klärung : Hälfte und eine halbe Murmel

Aufgabe 11 *:*

Anja schreibt in die elf Kästchen eines Papierstreifens natürliche Zahlen. Danach radiert sie, bis auf zwei, wieder alle Zahlen aus. Das selbe macht sie auf einem zweiten Papierstreifen. In beiden Fällen erhält sie :

1										**7**

Iris soll die fehlenden Zahlen wieder herausfinden. Dazu verrät ihr Anja, dass sie die Zahlen einmal so eingetragen hat, dass

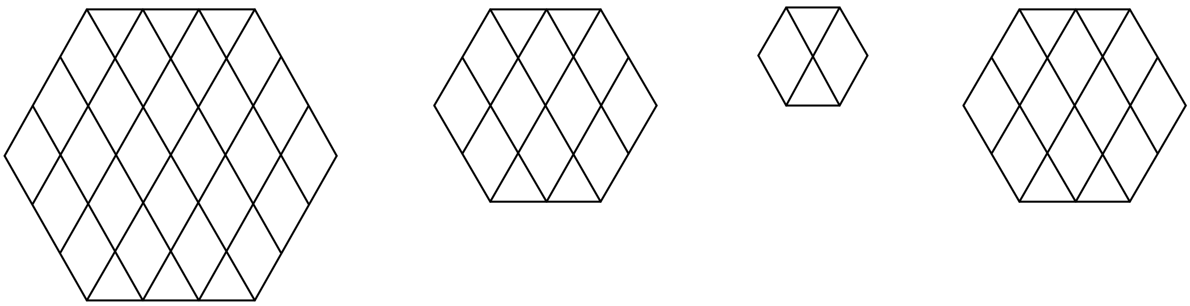
a) die Summe von drei nebeneinander stehenden Zahlen immer 12 beträgt, und einmal so, dass
b) die Summe von drei nebeneinander stehenden Zahlen immer 9 oder 16 beträgt und die Summe aller Zahlen in den 11 Kästchen den Wert 49 hat.

Welche Zahlen könnte Anja jeweils eingetragen haben ?

Gibt es in a) bzw. b) nur eine Lösung?

Aufgabe 12 :

Das große Sechseck ist so in sechs Teile zu zerlegen, dass man daraus die drei kleineren Sechsecke bilden kann.



a) Gib eine solche Zerlegung an, bei der ein Teilstück dreieckig ist.

b) Gib eine solche Zerlegung an, bei der keines der Teilstücke dreieckig ist.

Aufgabe 13 :

Britta möchte wissen, wie viele vierstellige Zahlen es gibt, bei denen die Summe der ersten beiden Ziffern gerade die letzte Ziffer ergibt. Verrate Britta, wie viele es sind und begründe Dein Ergebnis, ohne jede mögliche Zahl einzeln hinzuschreiben.

Aufgabe 14 :

Anja wird die Aufgabe gestellt, zwischen allen Zahlen auf der linken Seite der folgenden Gleichung die Rechenzeichen $+$, $-$, $\cdot$ und : so zu setzen, dass die Gleichung richtig wird :

$$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 = 100$$

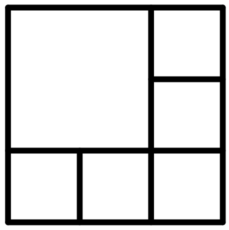
Klammern können, so weit notwendig, beliebig gesetzt werden. Als Zwischenergebnisse düren nur natürliche Zahlen und die Null vorkommen.
Für jedes verwendet Pluszeichen gibt es 1Punkt, für jedes Multiplikationszeichen 2 Punkte, für jedes Subtraktionszeichen und für jedes Divisionszeichen 4 Punkte.

Anja findet eine Lösung mit 14 Punktem. Wie könnte ihre Lösung ausgesehen haben ?

Kannst du eine Lösung mit 10 Punkten finden ?

Versuche eine Lösung mit möglichst hoher Punktezahl zu finden.

Aufgabe 15 :



Franz zeichnet ein Quadrat, dass sich in 6 (nicht unbedingt gleich große) Teilquadrate zerlegen lässt.
Zeichne jeweils ein Quadrat, dass sich in genau

a) 11 b)12 c) 13

Teilquadrate zerlegen lässt.

Franz schafft es, Quadrate so in 9 bzw. 10 Teilquadrate zu zerlegen, dass in der Zerlegung jeweils 3 gleich große Teilquadrate vorkommen. Zeige, dass Dir dies ebenfalls gelingt !

Aufgabe 16 :

Michael hat neun Karten mit den Ziffern 1 bis 9.

a) Er will die neun Karten so legen, dass die folgenden öAufgabenö alle dasselbe Ergebnis haben. Wie muss er die 9 Karten legen?

$\square + \square = \square$ $\square * \square = \square$ $\square - \square = \square$ $\square\square : \square = \square$

b) Nun will er drei richtige Aufgaben mit den neun Karten legen - die Rechenzeichen kann er dabei frei wählen:

c) Schließich versucht er, alle neun Zahlenkarten in zwei richtigen Aufgaben unterzubringen. Er erlaubt sich dabei alle Rechenzeichen und Klammern. Es gelingt ihm. Finde auch eine solche Lösung.

Aufgabe 16 :

Lehrer Lempel geht auf der Klassenreise mit seiner Klasse Eis essen. In der Klasse sind 25 Kinder.

a) Die Eisdiele hat vier Sorten Eis. Jedes Kind bestellt eine Portion mit allen vier Sorten. Nun will jedes Kind seine vier verschiedenen Sorten Eis in einer anderen Reihenfolge bestellen, das heißt, die Kugeln sollen in einer anderen Reihenfolge in die Eistæuten eingefüllt werden.

Schaffen sie dies ? Begründe!

b) Als die Klasse am nächsten Tag wieder Eis Essen geht, bietet die Eisdiele fünf Sorten an. Alle Kinder essen zwei, drei oder vier verschiedene Kugeln in ihrer Portion. Kann es sein, dass alle Kinder unterschiedliche Portionen haben (es kommt hier also nicht auf die Reihenfolge der Kugeln in den Tüten an) ?

Aufgabe 17 : Das Nim-Spiel

Annika und Rebecca spielen mit 22 Hölzchen das folgende Spiel : Jede nimmt abwechselnd ein, zwei oder drei Hæolzchen weg. Wer als letzter Hæolzchen wegnehmen kann, hat gewonnen. Annika fäangt an.

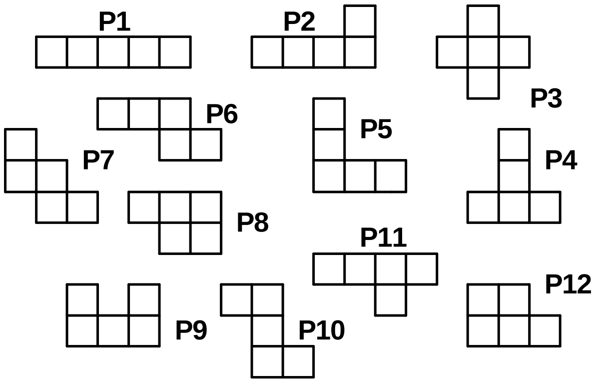
a) Zeige einen Spielverlauf, bei dem Rebecca gewinnt !

b) Annika hat aufgepasst, sie spielt jetzt so, dass sie gewinnt. Schreibe auch so einen Spielverlauf auf !

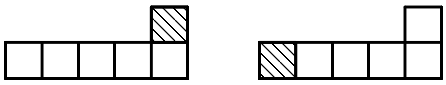
c) Wie muss Annika spielen, um immer zu gewinnen?

Aufgabe 18 :

Wenn man fünf gleich großeQuadrate aneinandersetzt, erhält man ein Pentomino.
In der Abbildung sind zwölf mæoglichen Pentominos dargestellt; sie sind untereinander nicht deckungsgleich, auch nicht seitenverkehrt.



Man kann nun durch Anfügen eines weiteren Quadrates Hexominos bilden(es gibt übrigens 35 Hexominos).
Aus den Pentominos P1 und P2 kann man dasselbe Hexomino erhalten :



Aauch bei Hexominos gelten seitenverkehrte Figuren als gleich.

a) Zeichne zwæolf weitere Paare von Pentominos, die jeweils das gleiche Hexomino ergeben. Alle so erhaltenen Hexominos sollen verschieden sein.

b) Gibt es ein Hexomino, das sich nicht aus zwei verschiedenen Pentominos erzeugen läasst ?

Eine Spielidee zum weiteren Spielen mit den Pentominos :

Gelingt es dir, alle zwölf Pentominos zu einem Rechteck zusammenzulegen ? Welche Seitenlängen hat dein Rechteck ?