

Knobelaufgaben

1. Uwe hat einen Würfel mit der Kantenlänge $a = 9$ cm. Er schneidet an jeder seiner Ecken jeweils ein Würfel mit einer Kantenlänge b so ab, dass die Flächen der herausgeschnittenen Würfel parallel zu den entsprechenden Flächen des großen Würfels sind. Uwe verrät, dass das Volumen des Restkörpers $V_{\text{Rest}} = 217$ cm³ beträgt.

a) Wie groß hat Uwe b gewählt?

b) Uwe behauptet, die Oberfläche des Restkörpers beträgt 486 cm². Stimmt das ?

2. In Mühlheim fährt um 8.00 Uhr ein Auto ab und kommt um 11.00 Uhr in Neustadt an. Es fährt um 12.00 Uhr wieder in Neustadt ab und begegnet um 13.00 Uhr einem Auto, das um 11.30 Uhr in Mühlheim abgefahren ist. Die Durchschnittsgeschwindigkeit des zweiten Autos beträgt 64 Kilometer pro Stunde. Es sei angenommen, daß beide Autos mit gleichbleibender Geschwindigkeit fahren. Gesucht werden

a) die Ankunftszeit des zweiten Autos in Neustadt,

b) die Durchschnittsgeschwindigkeit des ersten Autos.

3. Die Kosten für den monatlichen Stromverbrauch setzen sich zusammen aus einer festen Grundge-

bühr und einem Betrag für jede verbrauchte Kilowattstunde (kWh). Oft werden mehrere Tarife angeboten. Sie unterscheiden sich in der Grundgebühr und dem Preis für 1 kWh.

a) Die Familien Richter und Linke bezahlen ihren Strom nach demselben Tarif. Familie Richter hat 160 kWh verbraucht und erhält eine Rechnung von 50,20 DM. Familie Linke hat 120 kWh verbraucht. Ihre Rechnung beträgt 41,40 DM. Wie hoch ist die Grundgebühr und wieviel kostet eine Kilowattstunde ?

b) Vier Familien, die im selben Haus wohnen, konnten zwischen zwei Tarifen wählen. Ihre Rechnungen, denen jeweils einer dieser beiden Tarife zugrundeliegt, betragen :

Familie Schmitz: 50,20 DM für 160 kWh

Familie Weber: 41,40 DM für 120 kWh

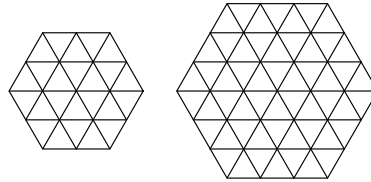
Familie Maier: 47,00 DM für 140 kWh

Familie Kunze: 37,00 DM für 100 kWh.

Außerdem ist bekannt, daß beide Tarife genommen wurden. Aber es ist nicht bekannt, wie viele Familien jeweils denselben Tarif gewählt haben.

Es ist möglich, mit diesen Angaben einen der beiden Tarife eindeutig zu errechnen. Bestimme diesen Tarif.

4. Die folgenden Figuren bestehen aus je einem regelmäßigen Sechseck, in das gleichseitige Dreiecke eingezeichnet sind:



Die kleinsten Dreiecke haben jeweils die Seitenlänge 1.

- Im Bild A kommen außer dem großen Sechseck noch sieben kleinere Sechsecke vor. Wie viele Sechsecke dieser Größe sind in der Figur B enthalten ?
- Wie viele Sechsecke mit einer kleineren Kantenlänge als 3 sind insgesamt im großen Sechseck enthalten ?
- Was ergibt sich, wenn man zu einem Sechseck der Kantenlänge 4 übergeht ?
- Und was ergibt sich, wenn Du weiterschließt, für Sechsecke der Kantenlänge 5 ?
Und für Sechsecke der Kantenlänge 6 ?

Bitte gib immer eine Begründung - entweder durch eine Zeichnung oder indem Du sagst, welche Zusammenhänge Du verwendest.

5. Gegeben seien die Zahlenmengen $M_2 = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$ und $M_3 = \{1, 3, 9, 27, 81\}$

Da $52 = 32 + 16 + 4$ und $23 = 16 + 8 + 2 + 1$ gilt, sagen wir : Die Zahlen 52 und 23 lassen sich durch Addition von Zahlen aus M_2 darstellen.

Da $52 = 81 - 27 - 3 + 1$ und $23 = 27 - 3 - 1$ gilt, sagen wir: Die Zahlen 52 und 23 lassen sich durch Addition oder Subtraktion von Zahlen aus M_3 darstellen.

Wir fordern dabei für Addition und Subtraktion, daß jede Zahl aus M_2 bzw. M_3 höchstens einmal auftritt.

- Stelle die Zahl 100 durch Addition von Zahlen aus M_2 dar und stelle sie durch Addition oder Subtraktion von Zahlen aus M_3 dar !
- Weise nach: Jede Zahl von 1 bis 40 lässt sich durch Addition von Zahlen aus M_2 darstellen. Für welche weiteren Zahlen ist dies noch möglich ?
- Weise nach: Jede Zahl von 1 bis 40 lässt sich durch Addition oder Subtraktion von Zahlen aus M_3 darstellen. Für welche weiteren Zahlen ist dies noch möglich ?
- Man denke sich die Menge M_2 durch weitere Potenzen von 2, die Menge M_3 durch weitere Potenzen von 3 erweitert. Stelle die Zahl 1998 auf die bekannten Weisen aus den neuen Mengen M_2 und M_3 dar !

6. Fünf Kugeln, und zwar drei weiße und zwei schwarze, werden so an drei Personen A, B und C verteilt, dass jede dieser Personen wenigstens eine, jedoch höchstens zwei Kugeln erhält. Nach der Verteilung dieser Kugeln sagen diese drei Personen folgendes aus :

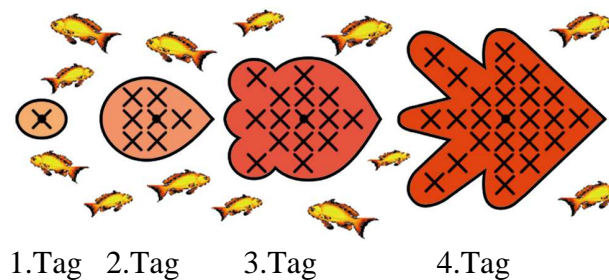
A : " Ich habe nur Kugeln gleicher Farbe in der Hand."

B : " Ich erhielt Kugeln mit unterschiedlicher Farbe."

C : " Ich habe genau zwei Kugeln erhalten."

Wie wurden die Kugeln verteilt, wenn wir wissen, dass alle von diesen drei Personen gemachten Aussagen falsch sind ?

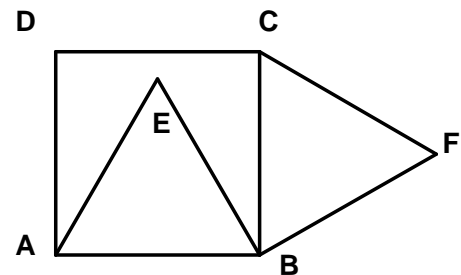
-
7. Petra und Marco beobachten einen merkwürdigen Fisch. Dieser wächst von Tag zu Tag nach folgendem Muster :



Die beiden wollen herausfinden, wie das Wachstum weitergeht. Kannst du ihnen helfen ?

Wie viele Kreuzchen braucht man für einen zwanzig Tage alten Fisch ?

-
8. In der dargestellten Abbildung sind die Figuren ABE und BFC jeweils gleichseitige Dreiecke und die Figur ABCD stellt ein Quadrat dar.



Beweise : Die Punkte D, E und F liegen auf einer gemeinsamen Geraden.

-
9. Das große Taxi-Geschäft zu Ostern wirft seine Schatten voraus.

Eifrig diskutiert man am Taxistand, auf welche Weise die Chancen am größten sind, Kunden auf der Baesweiler Allee zu erwischen. Diese Straße verläuft in Nord-Süd-Richtung und hat keine Ampeln. "Ein Fußgänger geht im Durchschnitt mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h", meint Max, "und man darf annehmen, dass in jeder Richtung etwa gleich viele Personen unterwegs sind.

Deshalb fahre ich die Baesweiler Allee mit 5 km/h auf und ab, denn dann komme ich an doppelt so vielen Fußgängern vorbei wie Lisa."

Die Fahrerin Lisa nämlich hat behauptet, es sei ganz gleich, ob man die Straße entlang fahre oder nicht. Sie jedenfalls würde am Straßenrand parken und abwarten. Fritz dagegen will mit 10 km/h auf und ab fahren, denn er meint, dass er dann die doppelte Chance wie Max oder Lisa habe, und Paul meint, bei einer Geschwindigkeit von 15 km/h müsste er an doppelt so vielen Fußgängern vorbeikommen wie Fritz. Wer hat recht ?

-
10. In dem Zoo, in dem Maxl und Monis Vater arbeitet, werden am Tag der offenen Tür Bonbontüten zum Sonderpreis von 20 Pfennig verkauft. In jeder Tüte liegt eine Sammelmarke. Für vier

Sammelmarken erhält man eine Tüte Bonbons umsonst. Maxl und Moni möchten ihre Mitschülerinnen und Mitschüler mit Bonbons versorgen. Deshalb möchten sie Bonbontüten im Wert von 200 € kaufen.

Wie viele kostenlose Bonbontüten können sie dann insgesamt bekommen, wenn sie alle Sammelmarken einlösen ?
