Grundkursabitur 2011	Stochastik	Aufgabe III

An einem Musikwettbewerb, der aus einer Messehalle bundesweit live im Fernsehen übertragenwird, nehmen zwölf Nachwuchsbands aus ganz Deutschland teil.

Genau zwei davon, München Motel und Bavarian King, stammen aus Bayern. Die eine Hälfte der Bands singt ausschließich Lieder mit englischen Texten, die andere ausschließlich Lieder mit deutschenTexten.

In der ersten Runde des Wettbewerbs treten die zwölf Bands nacheinander mit jeweils einem Lied auf; die Reihenfolge der Auftritte wird ausgelost. Nach den ersten sechs Auftritten endet eine Pause statt.

1. a) Wie viele Möglichkeiten gibt es füur die Reihenfolge der Auftritte ?

   b) Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Reihenfolge der Auftritte, wenn nur danach unterschieden wird, ob eine Band aus Bayern stammt oder nicht?

   c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse.

      A: Die beiden bayerischen Bands treten vor der Pause auf.

      B : Die beiden bayerischen Bands treten vor der Pause direkt nacheinander auf.

      C : Deutsch und englisch singende Bands treten abwechselnd auf.

Die Bewertung der Auftritte der ersten Runde erfolgt mithilfe einer Zuschauerabstimmung im Internet. Jeder Zuschauer kann höchstens einmal abstimmen und muss zur Abgabe seines Votums genau drei von ihm favorisierte Bands auswählen.

Bei 41% der zahlreichen abgegebenen Voten wird mindestens eine bayerische Band ausgewählt, München Motel bei 31% und Bavarian King bei 22% der Voten.

2. a) Untersuchen Sie, ob die Ereignisse

   "Bei einem zufällig betrachteten Votum wurde MünchenMotel ausgewählt."

   und

   "Bei einem zufällig betrachteten Votum wurde Bavarian King ausgewählt."

   stochastisch unabhängig sind.

   b) Unter allen Zuschauern, die ein Votum abgaben, werden 20 Freikarten für ein Konzert der späteren Siegerband verlost.

      Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens drei der 20 ausgelosten Zuschauer Bavarian King auswählten.

Die Auftritte der zweiten Runde bewerten die Zuschauer durch eine telefonische Abstimmung. Dabei können bei jedem Anruf 1000 Euro gewonnen werden; die Gewinnwahrscheinlichkeit beträgt jeweils 0,02% .

3. a) Die bei jedem Anruf anstehende Entscheidung, ob ein Gewinn erzielt wird oder nicht, soll für 800 nacheinander ankommende Anrufe simuliert werden.

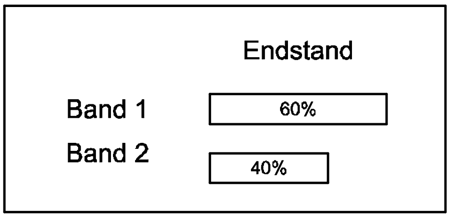
   Beschreiben Sie ein dafürgeeignetes Urnenexperiment.

   b) Ein Zuschauer möchte durch mehrfaches Anrufen seine Chance auf einen Gewinn vergrößern.

   Welchen Betrag müsste er wenigstens investieren, um mit einer Wahrscheinlichkei von mehr als 95% mindestens einmal zu gewinnen, wenn jeder Anruf 50 Cent kostet?

Für das Finale der beiden bisher am besten bewerteten Bands haben sich München Motel und Bavarian King qualiziert. Nach deren Finalauftritten entscheiden die Zuschauer im Rahmen einer erneuten telefonischen Abstimmung über den Sieger des Wettbewerbs; bei jedem Anruf ist nur der favorisierte Finalist zu nennen.

Bevor die bereits feststehende Entscheidung bekannt gegeben wird, wird die Sendung ein letztes Mal für einen längeren Werbeblock unterbrochen. Für die Hallen- und Fernsehzuschauer wird unmittelbar vor dieser Werbeunterbrechung folgende Graphik eingeblendet (die zu den Anteilen gehörenden Bandnamen werden bewusst noch nicht angezeigt).



Ein Fan von München Motel vermutet, dass seine Band schlie├ lich als Sieger ausgezeichnetwird. Da er sich nicht bis zur Bekanntgabe der Entscheidung gedulden will, nutzt er die Unterbrechung,um seine Vermutung zu testen.

Dazu befragt er 25 der zahlreichen Hallenzuschauer und lässt sich von diesen den jeweils favorisierten Finalisten nennen.

4. a) Geben Sie zwei mögliche Gründe dafür an, dass diese Befragung nicht geeignet sein könnte, die Vermutung der Fans zu testen.

   b) Da der Fan möglichst vermeiden will, sich aufgrund seines Testergebnisses irrtümlich über einen Erfolg von München Motel zu freuen, soll die Wahrscheinlichkeit dafür höchstens 10% betragen.

   Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel unter der Annahme, dass die Befragung geeignet ist, die Vermutung des Fans zu testen.

   Die Wahrscheinlichkeit, irrtümlich Bavarian King als Sieger vorherzusagen, soll möglichst klein sein

Lösung

1. a) Es gibt $12! = 479001600$ Möglichkeiten.

b) Es gibt $\binom{12}{2} = \frac{12!}{2! \cdot 10!} = 66$ Möglichkeiten.

c) $P(A) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{15}{66}$ und $P(B) = \frac{5}{66}$ sowie $P(C) = \frac{2}{\binom{12}{6}} = \frac{2}{924} = \frac{1}{462}$

---

2. a)

	M	$\overline{M}$	
B	0,12	0,10	0,22
$\overline{B}$	0,19	0,59	0,78
	0,31	0,69	

$P(M) \cdot P(B) = 0{,}31 \cdot 0{,}22 = 0{,}0682 \neq 0{,}12 = P(M \cap B)$

b) $P(X = 2) = B(20; 0{,}22; 3) = \binom{20}{3} \cdot 0{,}22^3 \cdot 0{,}78^{17} \approx 17{,}8\%$

---

3. a) 800 maliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen au einer Urne mit 5000 Kugeln, von denen 4999 schwarz und eine weiß (Gewinn) ist.

b) $P(X \geq 1) \geq 0{,}95 \quad \Leftrightarrow \quad P(X = 0) \leq 0{,}05 \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}9998^n \leq 0{,}05 \quad \Leftrightarrow \quad n \geq \frac{\ln 0{,}05}{\ln 0{,}9998}$

$n \geq 14978$

Es kostet mindestens 7489 €.

---

4. a) Die Besucher in der Halle repräsentieren nicht das Fernsehpublikum.

Die Stichprobe ist zu klein.

b) $H_0 : p = 0{,}60$ mit $\mathbb{A} = \{g + 1; ....; 25\}$

$H_1 : p = 0{,}40$ mit $\mathbb{A} = \{0; ....; g\}$

Bedingung: $\beta = P_{p=0,4}\left(P \in \mathbb{A}\right) = 1 - P_{p=0,4}\left(X \leq g\right) \leq 0{,}10 \quad \Rightarrow \quad F_{0,4}^{25}\left(X \leq g\right) \geq 0{,}90$

$\Rightarrow \quad g = 12$

Er sollte sich freuen, wenn mindestens 13 der befragten Personen München Hotel als Favoriten nennen.

Grundkursabitur 2011	**Stochastik**	**Aufgabe IV**

In einer bayerischen Großtadt ndet das jährliche Volksfest statt. Die Attraktion ist die Achterbahn mit ihren zwölf Wagen, von denen fünf gelb, vier rot und drei blau sind.

Beim Aufbau der Achterbahn werden die zwölf Wagen hintereinander auf die Schienen gestellt und aneinandergehängt.

1. a) Wie viele Anordnungen der Wagen sind möglich, wenn

α diese nur nach der Farbe unterschieden werden?

β) nur nach der Farbe unterschieden werden und die drei blauen Wagen direkt hintereinander fahren sollen?

b) Die Fahrgäste werden den einzelnen Wagen vor jeder Fahrt zufällig zugewiesen.

Wie oft muss ein Besucher des Volksfests mindestens mit der Achterbahn fahren, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95% wenigstens einmal in einem roten Wagen zu sitzen?

Von den zahlreichen Personen, die am Abend Riesenrad fahren, sind erfahrungsgemäß 40% Minderjährige und 60% Erwachsene. Am ersten Abend wird an 15 zufällig ausgewählte Fahrgäste jeweils ein Freifahrschein vergeben.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von den 15 Freifahrscheinen

2. a) genau drei an Minderjährige gehen?

b) die letzten drei an Minderjährige gehen?

c) mehr als die Hälfte an Erwachsene gehen?

Von den Besuchern des Festzelts sind 20% mit der Sauberkeit im Zelt unzufrieden. 30% der Festzeltbesucher sind zwar mit der Sauberkeit im Zelt, jedoch nicht mit der Freundlichkeit der Bedienungen zufrieden. Es werden die beiden folgenden Ereignisse betrachtet.

F : Ein zufällig ausgewählter Besucher des Festzelts ist mit der Freundlichkeit der Bedienungen zufrieden.

S : Ein zufällig ausgewählter Besucher des Festzelts ist mit der Sauberkeit im Zelt zufrieden

3. a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit von F. Gehen Sie dazu von der Unabhängigkeit der Ereignisse F und S aus.

b) Welche der folgenden Mengen beschreiben das Ereignis"Höchstens eines der beiden Ereignisse F und S tritt ein."?

Kreuzen Sie an.

☐ $F \cup S$

☐ $F \cap S$

☐ $\overline{F \cap S}$

☐ $(F \cap \overline{S}) \cup (\overline{F} \cap S) \cup (\overline{F} \cap \overline{S})$

☐ $(F \cap \overline{S}) \cup (\overline{F} \cap S)$

☐ $\overline{F} \cup \overline{S}$

(Hinweis: Für jedes falsch gesetzte oder fehlende Kreuz wird eine der erreichbaren Bewertungseinheitenabgezogen.)

An einem Tombolastand schwimmen in einem Becken 20 Kunststoffenten, die sich nur dadurch unterscheiden, dass sie auf ihren Unterseiten von 1 bis 20 durchnummeriert sind. Ein Spiel besteht darin, zwei Enten ohne Zurücklegen zu angeln und die beiden vorher nicht sichtbaren, auf ihren Unterseiten befndlichen Zahlen zu addieren.

4. a) Wie viele verschiedene Summenwerte sind bei dem Spiel mölich?

b) Begründen Sie, dass nicht alle Summenwerte gleichwahrscheinlich sind.

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man den Summenwert 10?

Lösung

1\. a) α) Es gibt $\frac{12!}{3!\cdot 4!\cdot 5!} = 27720$ verschiedene Anordnungen

β) Es gibt $\frac{10!}{1!\cdot 4!\cdot 5!} = 1260$ verschiedene Anordnungen

b) $P\left(X \geq 1\right) > 0{,}95 \quad \Leftrightarrow \quad P\left(X=0\right) < 0{,}05 \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{nn} < 0{,}05 \quad \Leftrightarrow \quad n > \frac{\ln 0{,}05}{\ln \frac{2}{3}}$

$n \geq 8$

Der Besucher muss mindestens achtmal mit der Achterbahn fahren.

2\. a) $P\left(X=3\right) = B\left(15;\ 0{,}4;\ 3\right) = \binom{15}{3}\cdot 0{,}4^3\cdot 0{,}6^{12} \approx 6{,}3\%$

b) $P(B) = 0{,}4^3 = 0{,}064 = 6{,}4\%$

b) $P\left(X \geq 8\right) = 1 - P\left(X \leq 7\right) = 1 - F_{0,6}^{15}\left(7\right) \approx 78{,}7\%$

3\. a) $P(\overline{S}) = 0{,}20$ und $P_S(\overline{F}) = 0{,}3$

$P_S(\overline{F}) = P(S) \cdot P(\overline{F}) = 0{,}3 \quad \Rightarrow \quad P(\overline{F}) = \frac{0{,}3}{P(S)} = \frac{0{,}3}{0{,}8} = \frac{3}{8} \quad \Rightarrow \quad P(F) = \frac{5}{8} = 62{,}5\%$

b)
- [ ] $F \cup S$
- [ ] $F \cap S$
- [x] $\overline{F \cap S}$
- [x] $(F \cap \overline{S}) \cup (\overline{F} \cap S) \cup (\overline{F} \cap \overline{S})$
- [ ] $(F \cap \overline{S}) \cup (\overline{F} \cap S)$
- [x] $\overline{F} \cup \overline{S}$

4\. a) Summenwerte sind 3, 4, 5, ..., 39. Das sind 37 verschiedene Summenwerte.

b) Es ist $3 = 1+2$ aber $5 = 4+1 = 3+2$.

c) $10 = 9+1 = 8+2 = 7+3 = 6+4$

$$P(X = 10) = \frac{4}{\binom{20}{2}} = \frac{4}{380} = \frac{1}{95}$$