2. Ist a die Länge des eineschriebenen Rechtecks
und b die Breite, dann gilt nach dem Stahlen-
satz

$$\frac{h-b}{h} = \frac{a}{s} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{h-b}{h} \cdot s$$

Dabei ist s die Seite des gleichseitigen Dreiecks
und h dessen Höhe.

Damit ergibt sich $A = a \cdot b = \frac{h-b}{b} \cdot b = \frac{1}{s} \cdot (h \cdot b - b^2)$

$$A'(b) = \frac{1}{s} \cdot (h - 2b = 0 \quad \Rightarrow \quad b = \frac{h}{2} \text{ und damit } a = \frac{h - \frac{h}{2}}{h} \cdot s = \frac{s}{2}$$

h erhält man mit dem Satz von Pythagoras zu $h = \frac{s}{2}\sqrt{3}$ und damit ist $h = \frac{s}{4}\sqrt{3}$

---

4. Ist R der Radius des Zylinders, dann gilt

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot h$$

Der Satz von Pythagoras ergibt

$$R^2 = r^2 - \frac{1}{4}h^2$$

$$V(h) = \pi \cdot \left(r^2 - \frac{1}{4}h^2\right) \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h - \pi \cdot \frac{1}{4}h^3$$

$$\Rightarrow \quad V'(h) = \pi \cdot r^2 - \pi \cdot \frac{3}{4}h^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \pi \cdot \left(r^2 - \frac{3}{4}h^2\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{2}{\sqrt{3}}r$$

Durch eine Monotoniebetrachtung zeigt man, dass ein Maximum vorliegt.

$$\Rightarrow \quad R^2 = \frac{2}{3}r^2 \quad \Rightarrow \quad V_{max} = \pi \cdot \frac{2}{3}r^2 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{9}\pi \cdot r^3\sqrt{3}$$

---

5. $y = tx^2 + 2 - t$

a) $y = t \cdot 1^2 + 2 - t = 2$

Der Parabelscheitel bewegt sich auf der y-Achse vom Punkt $\left(0 \mid 2\right)$ nach unten bis ein-
schließlich zum Punkt $\left(0 \mid 0\right)$.

b) $A_t(x) = (1-x)\cdot(tx^2+2-t) = -t\cdot x^3+t\cdot x^2+(t-2)\cdot x+2-t$

c) Man erhält für $0 < t \leq 1{,}5$ einen maximalen Flächeninhalt, wenn man das unterhalb der Parabel gelegene Rechteck der Breite 1 abschneidet.

Da A_t eine ganzrationale Funktion dritten Grades ist, gibt es nur dann ein Maximum im Innern des Intervalls]0; 1[, wenn die Ableitung zwei Nullstellen besitzt.

$A_t'(x) = -3tx^2+2tx+t-2$

Bedingung für mindestens eine Lösung:

$D = b^2-4ac > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 4t^2+12t^2-24t > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 16t^2-24t > 0 \quad \Rightarrow \quad t > 1{,}5 \vee t < 0$

Es existiert nur ein Extremum wenn $t > 1{,}5$ ist. Ansonsten erhält man das größte Rechteck, wenn man das unterhalb der Parabel gelegene Rechteck der Breite 1 abschneidet (Randextrema).

d) $A_{1,6}(\frac{1}{6}) \approx 0{,}34 \quad A_{1,6}(\frac{1}{2}) = 0{,}4 \quad A_{1,6}(0) = 0{,}4$