| II 3 Wendepunkte, Art der Extrema | S.52 |
|---|---|

***2 Wendestellen***

$f(x) = 3x^4 - 2x^2 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 12x^3 - 4x \quad \Rightarrow \quad f''(x) = 36x^2 - 4 \quad \Rightarrow \quad f'''(x) = 72x$

$f''(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{3} \vee x = \frac{1}{3}$

Einsetzen in die dritte Ableitung ergibt, dass Wendestellen vorliegen.

---

b) $f(x) = 2x^5 - 3x^4 + x \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 10x^4 - 12x^3 \quad \Rightarrow \quad f''(x) = 40x^3 - 36x^2$

$f''(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \vee x = 0{,}9$

| | $-\infty < x < 0$ | $0 < x < 0{,}9$ | $0{,}9 < x < \infty$ |
|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | $-$ | $-$ | $+$ |
| | **LK** | **LK** | **LK** |

Nur $x = 0{,}9$ ist eine Wendestelle.

---

c) $f(x) = 7x^3 + 3x^2 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 21x^2 + 6x \quad \Rightarrow \quad f''(x) = 42x + 6 \quad \Rightarrow \quad f'''(x) = 42 \neq 0$

$f''(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{7}$ Wendestelle!

---

a) $f(x) = x^2 + \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 2x + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad f''(x) = 2 - \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}}$

$f''(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{1}{2}$

| | $0 < x < \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2} < x < \infty$ |
|---|---|---|
| $f''(x)$ | $-$ | $+$ |
| | **RK** | **LK** |

Wendestelle!

---

e) $f(x) = 0{,}5x^4 - 15x^2 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 2x^3 - 30x \quad \Rightarrow \quad f''(x) = 6x^2 - 30 \quad \Rightarrow \quad f'''(x) = 12x$

$f''(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\sqrt{5} \vee x = \sqrt{5}$

| | $-\infty < x < -3$ | $-3 < x < 3$ | $3 < x < \infty$ |
|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | $+$ | $-$ | $+$ |
| | **LK** | **RK** | **LK** |

Einsetzen in die dritte Ableitung ergibt, dass Wendestellen vorliegen.

---

f) $f(x) = -x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 3x \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -4x^3 - x + 3 \quad \Rightarrow \quad f''(x) = -12x^2 - 1$

Es gibt keine Wendestelle

---

***3 Krümmung und Wendepunkte***

a)

| $-\infty < x < -2$ | $-2 < x < 1$ | $1 < x < 4$ | $4 < x < \infty$ |
|---|---|---|---|
| **RK** | **LK** | **RK** | **LK** |

$W_1\left(-2 \mid 2\right)$, $W_2\left(1 \mid \frac{1}{3}\right)$ und $W_3\left(4 \mid -1{,}3\right)$

b)

| $-\infty < x < 2$ | $2 < x < 4$ | $4 < x < 6$ | $6 < x < 8$ | $8 < x < \infty$ |
|---|---|---|---|---|
| **LK** | **RK** | **LK** | **RK** | **LK** |

$W_1\left(2 \mid 1\right)$, $W_2\left(4 \mid 1{,}5\frac{1}{3}\right)$, $W_3\left(6 \mid 3\right)$ und $W_4\left(8 \mid 0\right)$

---

***4 Wendepunkte, Extremstellen und Krümmungsverhalten***

a) $f(x) = 2x^3 - 1 \quad f'(x) = 6x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$

$f''(x) = 12x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$

| | $-\infty < x < 0$ | $0 < x < \infty$ |
|---|---|---|
| $f''(x)$ | $-$ | $+$ |
| | **RK** | **LK** |

Extremstelle:----  Wendepunkt: $W\left(0 \mid -1\right)$

---

b) $f(x) = -125x^5 + x \quad f'(x) = -625x^4 + 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{5} \vee x = \frac{1}{5}$

$f''(x) = 12x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$

| | $-\infty < x < 0$ | $0 < x < \infty$ |
|---|---|---|
| $f''(x)$ | $-$ | $+$ |
| | **RK** | **LK** |

Extremstellen: $x = -\frac{1}{5}$ und $x = \frac{1}{5}$ Wendepunkt: $W\left(0 \mid 0\right)$

---

c) $f(x) = (x-4)^2 \quad f'(x) = 2\cdot(x-4) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 4$

$f''(x) = 2 > 0$ d.h. f ist auf ganz $\mathbb{R}$ linksgekrümmt

Extremstelle: $x = 4$ Wendepunkt: ----

---

d) $f(x) = e^x - x \quad f'(x) = e^x - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = e$

$f''(x) = e^x > 0$ d.h. f ist auf ganz $\mathbb{R}$ linksgekrümmt

Extremstelle: $x = e$ Wendepunkt: ----

---

e) $f(x) = 6 - x - x^2 \quad f'(x) = -1 - 2x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{2}$

$f''(x) = -2 < 0$ d.h. f ist auf ganz $\mathbb{R}$ rechtsgekrümmt

Extremstelle: $x = -\frac{1}{2}$ Wendepunkt: ----

---

f) $f(x) = 1{,}5\cdot(x^2-3)^2 \quad f'(x) = 6x\cdot(x^2-3) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \vee x = -\sqrt{3} \vee x = \sqrt{3}$

$f'(x) = 6x^3 - 18x \quad f''(x) = 18x^2 - 18x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -1 \vee x = 1$

| | $-\infty < x < -1$ | $-1 < x < 1$ | $1 < x < \infty$ |
|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | + | − | + |
| | LK | RK | LK |

Extremstelle: $x = -\sqrt{3}$ und $x = 0$ sowie $x = \sqrt{3}$

Wendepunkt: $W_1\left(-1 \mid 6\right)$ und $W_2\left(1 \mid 6\right)$

---

g) $f(x) = \frac{3x + x^2}{2x - 1} \quad f'(x) = \frac{(3+2x)\cdot(2x-1) - (3x+x^2)\cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{2x^2-2x-3}{(2x-1)^2} = 0$

$\Leftrightarrow \quad 2x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{1-\sqrt{7}}{2} \vee x = \frac{1+\sqrt{7}}{2}$

$$f''(x) = \frac{(4x-2)\cdot(2x-1)^2 - (2x^2-2x-3)\cdot 2\cdot(2x-1)\cdot 2}{(2x-1)^4} =$$

$$= \frac{(4x-2)\cdot(2x-1) - (2x^2-2x-3)\cdot 4}{(2x-1)^3} = \frac{14}{(2x-1)^3}$$

| | $-\infty < x < \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2} < x < \infty$ |
|---|---|---|
| f ''(x) | $-$ | $+$ |
| | **RK** | **LK** |

Extremstellen: $x = \frac{1-\sqrt{7}}{2}$ und $x = \frac{1+\sqrt{7}2}{}$

Wendepunkt: ----

---

h) $f(x) = (x^2-1)^2 \quad f'(x) = 2\cdot(x^2-1)\cdot 2x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -1 \vee x = 0 \vee x = 1$

$f'(x) = 4x^3 - 4x \quad f'''(x) = 12x^2 - 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{3}\sqrt{3} \vee x = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

| | $-\infty < x < -\frac{1}{3}\sqrt{3}$ | $-\frac{1}{3}\sqrt{3} < x < \frac{1}{3}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{3}\sqrt{3} < x < \infty$ |
|---|---|---|---|
| f ''(x) | $+$ | $-$ | $+$ |
| | **LK** | **RK** | **LK** |

Extremstellen: $x = -1$ und $x = 0$ sowie $x = 1$

Wendepunkt: $W_1\left(-\frac{1}{3}\sqrt{3} \mid \frac{4}{9}\right)$ und $W_2\left(\frac{1}{3}\sqrt{3} \mid \frac{4}{9}\right)$

---

***5 Trigonometrische Funktionen***

a) $f''(x) = -\sin x = 0 \quad x = \pi \quad W(\pi \mid 0)$ ohne Randpunkte

b) $f''(x) = -\cos x - \sin x = 0 \quad x = \frac{3}{4}\pi \vee x = -\frac{7}{4}\pi \quad W_1\left(\frac{3}{4}\pi \mid 0\right) \; W_2\left(\frac{7}{4}\pi \mid 0\right)$

---

***6 Umsatz***

a) Die größte Umsatzsteigerung war im September, der größte Umsatzrückgang imFebruar.

b) Der Umsatz nimmt immer mehr ab.

---

***7 Ganzrationale Funktion zweiten Grades***

a) $f''(x) = 2a$ und damit folgt die Behauptung.

b) $f'(x) = -n\cdot x^{-n-1} \quad f''(x) = (n^2+n)\cdot x^{-n-2}$

Der Graph ist auf $\mathbb{R}^-$ und $\mathbb{R}^+$ linksgekrümmt, wenn n gerade ist.

---

***8 Wendetangente***

$f_a'(x) = 3x^2 - 2ax \quad f_a''(x) = 6x - 2a = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{a}{3}$

$y = -\frac{1}{3}a^2 \cdot (x - \frac{a}{3}) - \frac{2}{27}a^3 = -\frac{1}{3}a^2 x + \frac{1}{27}a^3$

---

***9 Graph***

a) falsch, da die zweite Ableitung in diesem Intervall auch positive Werte annimmt.

b) wahr, denn die zweite Ableitung hat $x = 2$ als Schnittpunkt mit der x-Achse.

c) wahr, denn $x = 0$ ist eine Wendestelle.

d) falsch, da kein Vorzeichenwechsel der zeitenAbleitung.

---

***10 Wendepunkte und Wendetangenten***

a) Maximale Definitionsmenge: $D_{max} = \mathbb{R}$

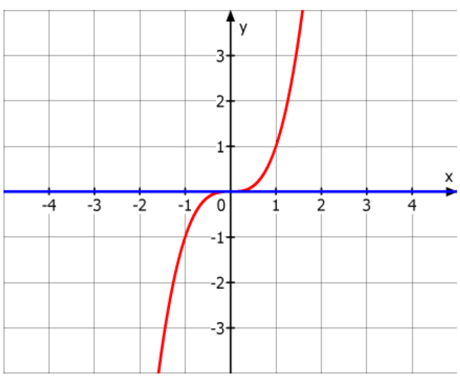
Nullstellen der 2. Ableitung: $f(x) = x^3 \quad f'(x) = 3x^2 \quad f''(x) = 6x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$

3. Ableitung: $f'''(x) = 6 \neq 0$

Wendepunkt: $W\left(0 \mid 0\right)$ (zugleich Terrassenpunkt)

Wendetangente: $y = 0$

Graph:




-----------------------------------------------------------------------------------------------------------

b) Maximale Definitionsmenge: $D_{max} = \mathbb{R}$

Nullstellen der 2. Ableitung:

$f(x) = \frac{6}{5}x^5 - x^3 - x \quad f'(x) = 6x^4 - 3x^2 - 1$

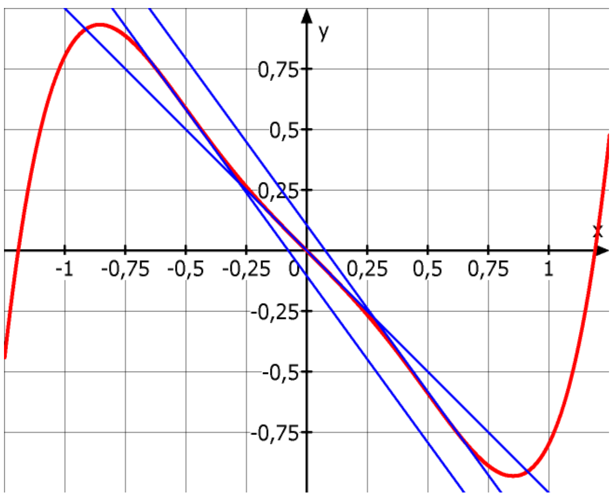
$f''(x) = 24x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{1}{2} \vee x = \frac{1}{2}$

3. Ableitung:

$f'''(x) = 48x^2 - 6 \quad \Rightarrow \quad f'''(0) = -6 \neq 0 \wedge f'''(-\frac{1}{2}) = 6 \neq 0 \wedge f'''(\frac{1}{2}) = 6 \neq 0$

Wendepunkte: $W_1\left(0 \mid 0\right)$, $W_2\left(-0{,}5 \mid 0.925\right)$ und $W_3\left(0{,}5 \mid 0{,}925\right)$

Wendetangenten: $y = -x$, $y = -1{,}375x - 0{,}1$ und $y = -1{,}375x + 0{,}1$




---

c) Maximale Definitionsmenge: $D_{max} = \mathbb{R}$

Nullstellen der 2. Ableitung:

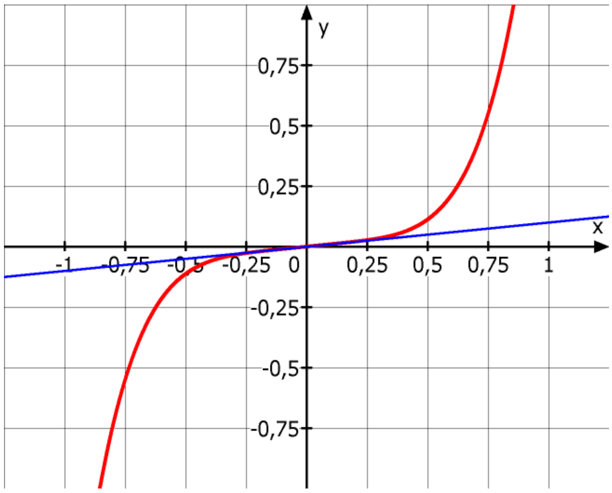
$f(x) = 2x^5 + 0{,}1x \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 10x^4 + 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad f''(x) = 40x^3$

Krümmungsverhalten:

| | $-\infty < x < 0$ | $0 < x < \infty$ |
|---|---|---|
| $f''(x)$ | $-$ | $+$ |

Wendepunkt: $W\left(0 \mid 0\right)$.

Wendetangente: $y \;=\; = \;0{,}1x$




---

d) Maximale Definitionsmenge: $D_{max} = \mathbb{R}$

Nullstellen der 2. Ableitung:

$$f(x) = (x^2-3)^2 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 2\cdot(x^2-3)\cdot 2x = 4x^3-12x$$

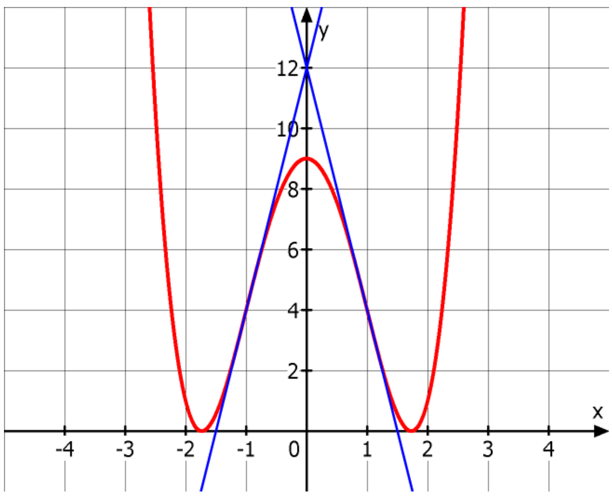
$$f''(x) = 12x^2-12 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -1 \;\vee\; x = 1$$

3. Ableitung: $f'''(x) = 144x \quad \Rightarrow \quad f'''(-1) = -144 < 0 \;\wedge\; f'''(1) = 144 > 0$

Wendepunkte $W_1\left(-1 \mid 4\right)$ und $W_2\left(1 \mid 4\right)$.

Wendetangenten: $y = 8x+12$ und $y = -8x+12$

Graph:




---

e) Maximale Definitionsmenge: $D_{max} = \mathbb{R}$

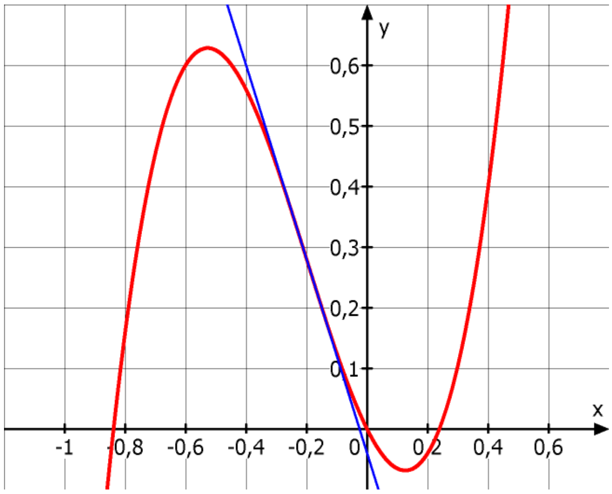
Nullstellen der 2. Ableitung:

$f(x) = 3x^2 - x + 5x^3 \quad f'(x) = 6x - 1 + 15x^2 \quad f''(x) = 6 + 30x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -0{,}2$

3. Ableitung: $f'''(x) = 30 \neq 0$

Wendepunkt: $W\left(-0{,}2 \mid 0{,}28\right)$.

Wendetangente: $y = -1{,}6x - 0{,}04$




---

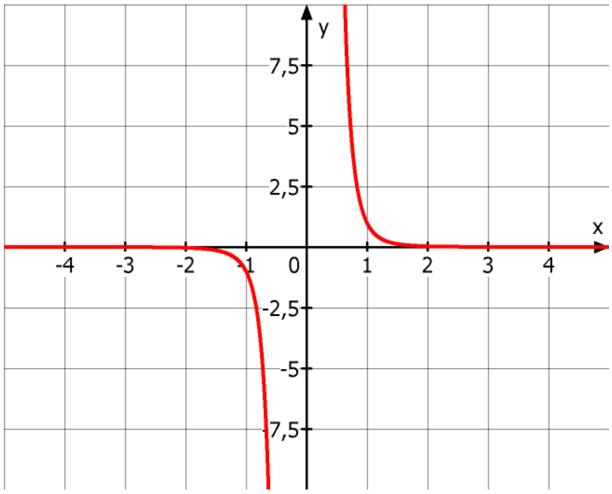
f) Maximale Definitionsmenge: $D_{max} = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

Nullstellen der 2. Ableitung:

$f(x) = x^{-5} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -5x^{-6} \quad \Rightarrow \quad f''(x) = 30x^{-7} \neq 0$

Wendepunkte: ----

Graph:




---

g) Maximale Definitionsmenge: $D_{max} = \mathbb{R}\setminus\{-9\}$

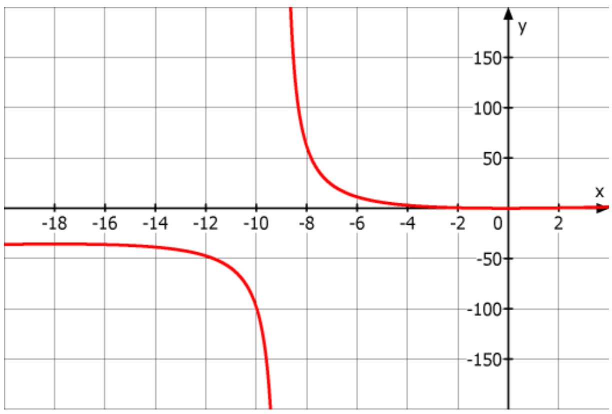
Nullstellen der 2. Ableitung:

$$f(x) = \frac{x^2-2}{x+9} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{2x\cdot(x+9) - (x^2-2)\cdot 1}{(x+9)^2} = \frac{x^2+18x+2}{(x+9)^2}$$

$$f''(x) = \frac{(2x+18)\cdot(x+9)^2 - (x^2+18x+2)\cdot 2\cdot(x+9)}{(x+9)^4} = \frac{158}{(x+9)^3} \neq 0$$

Wendepunkte: ----

Graph:




---

h) Maximale Definitionsmenge: $D_{max} = \mathbb{R}$

Nullstellen der 2. Ableitung:

$$f(x) = -\frac{3}{7}x^4 + \frac{2}{7}x^2 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\frac{12}{7}x^3 + \frac{4}{7}x$$

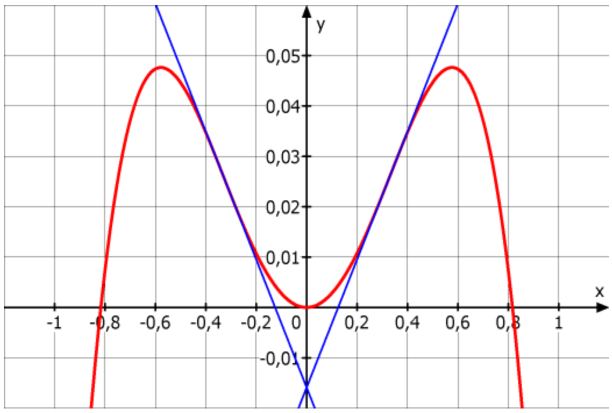
$$f''(x) = -\frac{36}{7}x^2 + \frac{4}{7} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{3} \vee x = \frac{1}{3}$$

3. Ableitung: $f'''(x) = -\frac{72}{7}x$ mit $f'''(-\frac{1}{3}) \neq 0$ und $f'''(\frac{1}{3}) \neq 0$

Wendepunkte: $W_1\left(-\frac{1}{3} \mid \frac{5}{189}\right)$ und $W_1\left(\frac{1}{3} \mid \frac{5}{189}\right)$

Wendetangenten: $y = -\frac{8}{63}x - \frac{3}{189}$ und $y = \frac{8}{63}x - \frac{3}{189}$

Graph:




---

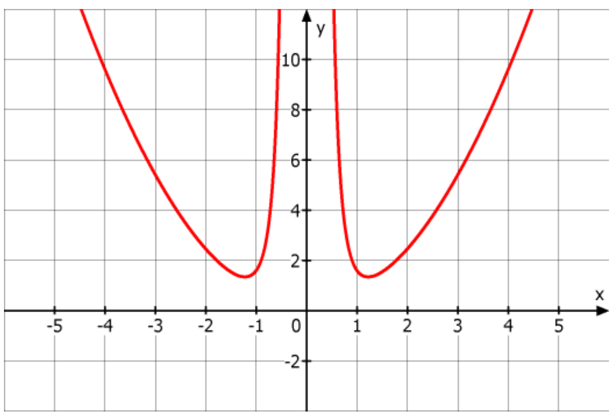
i) Maximale Definitionsmenge: $D_{max} = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

Nullstellen der 2. Ableitung:

$$f(x) = \frac{1}{x^4} + 0{,}6x^2 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -4x^{-5} + 1{,}2x$$

$$f''(x) = 20x^{-6} + 1{,}2 \neq 0$$

Wendepunkte: ----




---

k) Maximale Definitionsmenge: $D_{max} = \mathbb{R}\backslash\{-3\}$

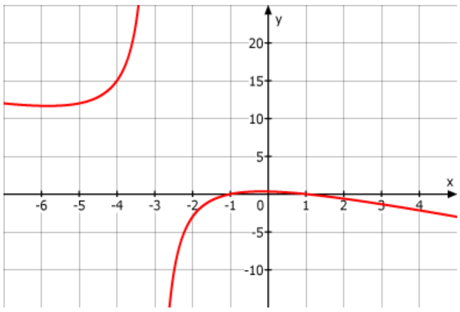
Nullstellen der 2. Ableitung:

$$f(x) = \frac{1-x^2}{x+3} \quad f'(x) = \frac{-2x\cdot(x+3) - (1-x^2)\cdot 1}{(x+3)^2} = \frac{-x^2-6x-1}{(x+3)^2}$$

$$f''(x) = \frac{(-2x-6)\cdot(x+3)^2 - (-x^2-6x-1)\cdot 2\cdot(x+3)}{(x+3)^4} =$$

$$= \frac{(-2x-6)(x+3) - (-x^2-6x-1)\cdot 2}{(x+3)^3} = \frac{-16}{(x+3)^3} \neq 0 \text{ kein Wendepunkt!}$$

| | $-\infty < x < -3$ | $-3 < x < \infty$ |
|---|---|---|
| $f''(x)$ | $+$ | $-$ |
| | LK | RK |



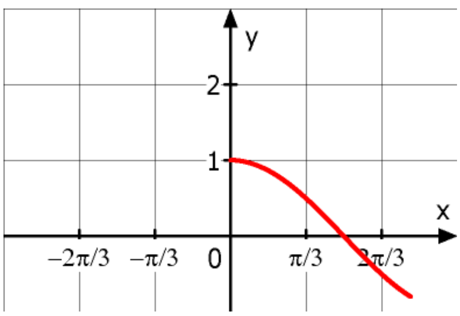

---

l) Definitionsmenge: $D = [0; 2{,}5]$

$$f(x) = \cos x \quad f''(x) = -\text{cox} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\pi}{2}$$

Wendpunkt: $W\left(\frac{\pi}{2} \mid 0\right)$

Wendetangente: $y = -x + \frac{\pi}{2}$




---

***11 Tierpopulation***

a) Die Funktion ist zuerst linksgekrümmt d.h. das Wachstum beschleinigt sich.

Nach dem der Wendestelle verlangsamt sich das Wachstum.

Das Wachstum ist an der Wendestelle ($t \approx 1$) am größten.

b) Die Tierpoulation nähert sich immer mehr dem Wert S.

---

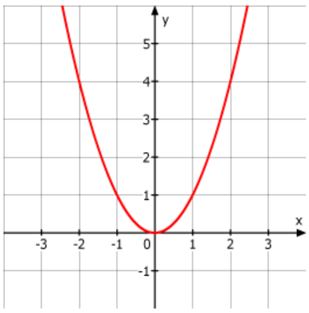
***12 CAS***

-----

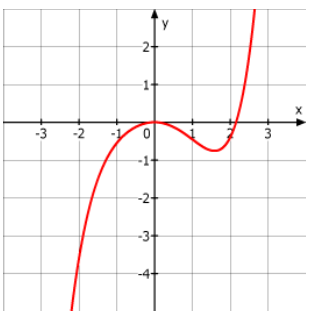
---

***13 Funktionen mit besimmten Eigenschaften***

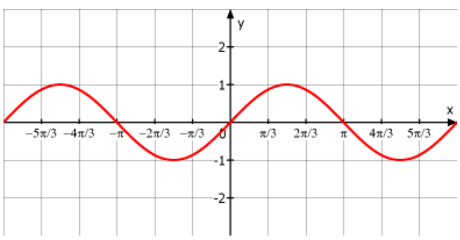
a) $f : x \to f(x) = x^2$



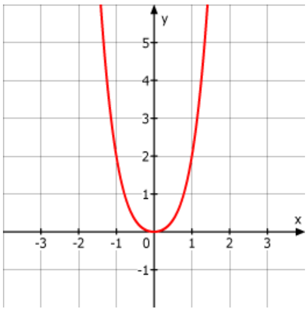

b) $f : x \to f(x) = \frac{1}{20}x^5 - \frac{1}{2}x^2$




c) $f : x \to f(x) = \sin x$



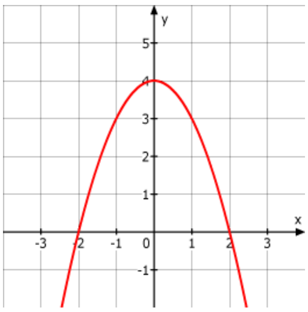
d) $f : x \rightarrow f(x) = x^4 + x^2$



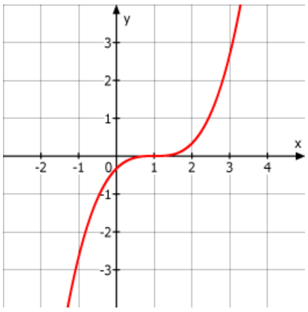

---

## *15 Graphen mit bestimmten Eigenschaften*

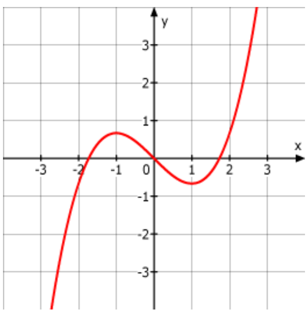
a)



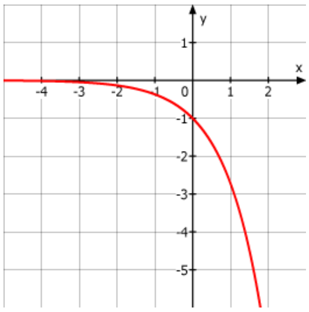

b)




c)



d)




---

***16 Graphen***

a)

| | Extremstellen | Wendestellen |
|---|---|---|
| (1) | $x = -\sqrt{2} \quad x = \sqrt{2}$ | $x = 0$ |
| (2) | $x = -0{,}5$ | ---- |
| (3) | $x = 1$ | ---- |
| (4) | $x = -\sqrt{2} \quad x = \sqrt{2}$ | $x = 0$ |
| (5) | $x = 2$ | $x \approx 1$ |

---

***17 Ganzrationale Funktion dritten Grades***

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \quad f''(x) = 6ax + 2b$

Bedingungen

(1) $3ax_0^2 + 2bx_0 + c = 0$

(2) $6ax_0 + 2b = 0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = -\dfrac{b}{3a}$

(2) in (1) $\dfrac{b^2}{3a} - \dfrac{2b^2}{3a} + c = 0 \quad \Rightarrow \quad 3ac - b^2 = 0$

---

***18 Aussagen***

a) $f(x) = \cos x \quad \Rightarrow \quad f''(x) = -\cos$

Die zweite Ableitung von f hat unendlich viele Nullstellen mit Vorzeichenwechsel.

Also hat der Graph von f unendlich viele Wendepunkte.

b) Die Aussage ist nur lokal richtig.

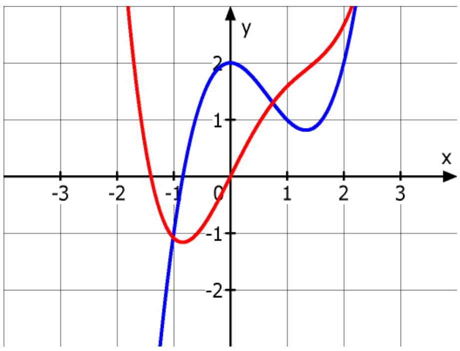
c) $f(x) = ax^2 + bx + c \quad \Rightarrow \quad f''(c´x) = 2a \neq 0$

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 2.Grades hat also keinen Wendepunkt.

d) Gegenbeispiel: Der Graph von $f: x \to f(x) = x^4 + x^2$ hat keinen Wendpunkt.

e) Gegenbeispiel:

Das Bild zeigt die Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 2x$ und der ihrer Ableitung $f'$ mit $f'(x) = x^3 - 2x^2 + 2$.




Die Funktion f hat die Wendestellen $x = 0$ und $x = \frac{4}{3}$, aber keine Extremstelle dazwischen.

---

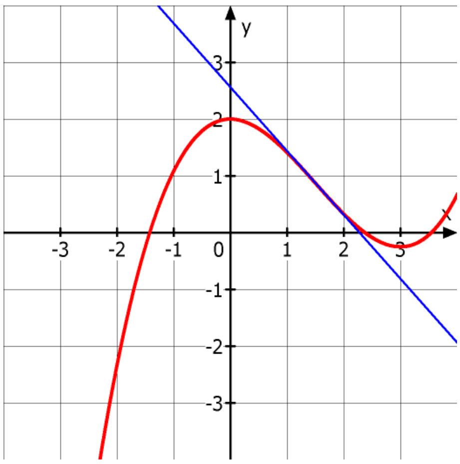
***19 Flächeninhalt***

a) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 2 \quad f''(x) = x - \frac{3}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{3}{2} \quad W\left(1{,}5 \mid 0{,}875\right)$

Wendetangente: $y = -\frac{9}{8}x + \frac{41}{16}$

b) $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{41}{16} \cdot \frac{41}{18} = \frac{1681}{576}$

c) $\int_{-3}^{0} f(t)dt = \left[\frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{4}t^3 + 2t\right]_{-3}^{0} = -4\frac{1}{8}$




---

## *20 Funktionenschar*

a) $f_a(x) = x^3 - ax^2 + 1 \quad \Rightarrow \quad f_a'(x) = 3x^2 - 2ax \quad \Rightarrow \quad f_a''(x) = 6x - 2a$

$f_a'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow x\cdot(3x - 2a) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \vee x = \frac{2}{3}a$

$f_a''(0) = -2a$ und $f_a''(\frac{2}{3}a) = 2a$

| $a < 0$ | $a > 0$ |
|---|---|
| $T\left(0 \mid 1\right)$ | $T\left(\frac{2}{3}a \mid 1 - \frac{4}{27}a^3\right)$ |
| $H\left(\frac{2}{3}a \mid 1 - \frac{4}{27}a^3\right)$ | $H\left(0 \mid 1\right)$ |

$x_T = \frac{2}{3}a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{3}{2}x_T \quad \Rightarrow \quad y_T = 1 - \frac{4}{27}a^3 = 1 - \frac{4}{27}\cdot(\frac{3}{2}x_T)^3 = 1 - \frac{1}{2}x^3$

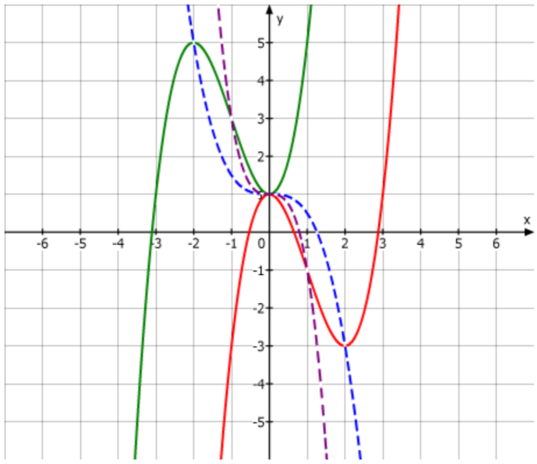
$x_H = \frac{2}{3}a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{3}{2}x_H \quad \Rightarrow \quad y_H = 1 - \frac{4}{27}a^3 = 1 - \frac{4}{27}\cdot(\frac{3}{2}x_H)^3 = 1 - \frac{1}{2}x^3$

Ortskurve der Tiefpunkte: $y = 1 - \frac{1}{2}x^3$ mit $x > 0$

Ortskurve der Hochpunkte: $y = 1 - \frac{1}{2}x^3$ mit $x < 0$

$f_a''(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{a}{3}$ und $f_a'''(x) = 6 \neq 0$

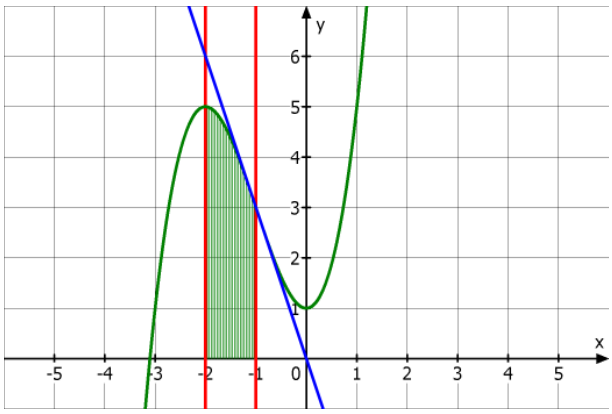
$W\left(\frac{a}{3} \mid 1 - \frac{2}{27}a^3\right)$ und damit ergibt sich die Ortskurve der Wendepunkte zu $y = 1 - 2x^3$




b) $f_a'(\frac{a}{3}) = -\frac{1}{3}a^2$

Wendetangente: $y = -\frac{1}{3}a^2\cdot(x-\frac{a}{3})+1-\frac{2}{27}a^3 = -\frac{1}{3}a^2x+1+\frac{1}{27}a^3$

Bedingung: $1+\frac{1}{27}a^3 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = -3$

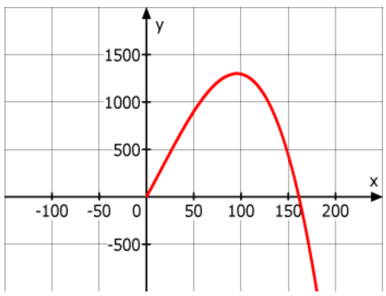



d) $\int\limits_{-2}^{-1}(x^3+3x^2+1)dx = \left[\frac{1}{4}x^4+x^3+x\right]_{-2}^{-1} = 4\frac{1}{4}$

---

***21 Gewinn***

a) $G(x) = 19{,}95\cdot x - \frac{1}{1000}x^3+\frac{1}{20}x^2-2x-\frac{1}{2}$

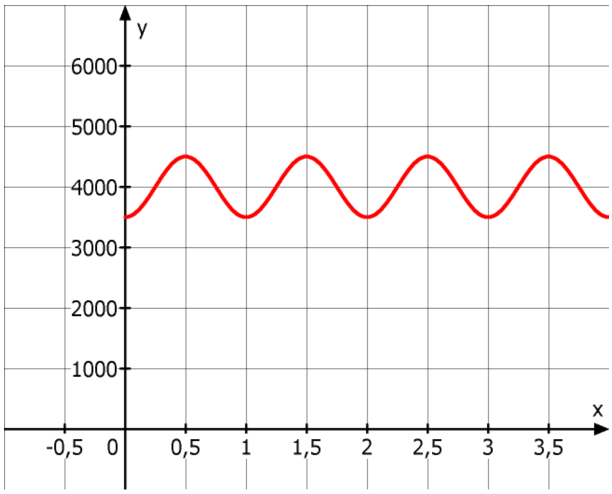



b) s. Figur

---

***22 Bienenstaat***

a) $P(t) = 4000 + 500 \cdot \sin\left(2\pi \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad P(0) = 3500 \quad P(1) = 3500$




b) Bestandsspitze: jeweils zur Hälfte des Jahres

Stärkste Zunahme: ein Vierteljahr nach Jahresbeginn

Stärkste Abnahme: drei Vierteljahre nach Jahresbeginn

---