

Vektorgeometrie

Aufgabe 1

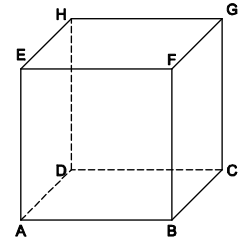
Gegeben sind die beiden Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ 13 \end{pmatrix}$.

Bestimme einen Vektor \vec{c} mit der Länge 9, der auf \vec{a} und \vec{b} senkrecht steht.

Aufgabe 2

Gegeben sind im kartesischen Koordinatensystem die Punkte

$$A(2 \mid -1 \mid 0), B(6 \mid 3 \mid -2) \text{ und } H(4 \mid 1 \mid 8).$$



Die Punkte A, B und H sind Eckpunkte des Würfels ABCDEFGH.

- Berechnen Sie die Kantenlänge des Würfels.
 - Berechnen Sie die Koordinaten von G.
 - Berechne die Koordinaten eines Vektors der auf den Vektoren \vec{AB} und \vec{AH} senkrecht steht.
 - Berechnen Sie die Koordinaten der fehlenden Eckpunkte des Würfels.
-

Aufgabe 3

Gegeben sind die Punkte $A(1 \mid 0 \mid 2)$, $B(2 \mid -2 \mid 2)$, $C(1 \mid 4 \mid 4)$ und $D(1 \mid 2 \mid 4)$.

- Berechne das Volumen des Tetraeders ABCD.
 - Berechne die Höhe des Tetraeders bzgl. der Grundfläche ABC.
-

Aufgabe 4

Zeige, dass die vier Punkte $A(5 \mid 2 \mid 1)$, $B(-6 \mid 3 \mid -2)$, $C(2 \mid 5 \mid 2)$ und $D(0 \mid 0 \mid -2)$ in einer Ebene liegen.

Aufgabe 5

Gegeben ist die Kugel K mit dem Mittelpunkt $M(1 \mid 1 \mid 3)$ und dem Radius $r = 4$ sowie die die Punkte $A(1 \mid 0 \mid -1)$ und $B(2 \mid -2 \mid -1)$.

a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABM.

b) Untersuchen Sie, ob die Gerade AB die Kugel schneidet.

Aufgabe 6

Bestimme den Mittelpunkt M und den Radius r eines Kreises, der durch $A(-2 | 1)$ und $B(5 | 8)$ geht

a) und dessen Mittelpunkt auf der x_1 -Achse liegt b) und der die x -Achse berührt.

Aufgabe 7

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(8 | 0 | 0)$, $B(8 | 3 | 0)$, $C_a(4a + 5 | 3 | -3a)$ und $D(0 | 0 | 6)$ mit $a \in \mathbb{R}$ gegeben.

a) Für welche Werte von a hat das Dreieck ABC_a einen rechten Winkel?

b) Für welche Werte von a ist das Dreieck ABC_a gleichschenkelig?

c) Legen Sie für die beiden in Aufgabe b) ermittelten gleichschenkligen Dreiecke in eine Schrägbildzeichnung an.

d) Zeigen Sie, dass der Rauminhalt der Pyramide ABC_aD den Inhalt 9 hat und deuten Sie das Ergebnis geometrisch.

Abitur 2012

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(10 | 2 | 0)$, $B(10 | 8 | 0)$, $C(10 | 4 | 3)$, $R(2 | 2 | 0)$, $S(2 | 8 | 0)$ und $T(2 | 4 | 3)$.

a) Zeigen Sie, dass der Körper ABCRST ein gerades, dreiseitiges Prisma mit der Grundfläche ABC und der Deckfläche RST ist.

b) Geben Sie an, welche besondere Lage die Grundfläche ABC hat und zeichnen Sie das Prisma in ein kartesisches Koordinatensystem ein.

c) Berechnen Sie das Volumen des Prismas und die Größe des spitzen Winkels, den die Seitenkanten [CA] und [CB] miteinander einschließen.
