BMT 2012 Gruppe A	**Lösung**

1. a) Die mittlere Wassertiefe erhält man, wenn man das Wasservolumen durch die Oberfläche des Sees teilt

$$18000000\ \text{m}^3 : 900000\ \text{m}^2 = 180\ \text{m}^3 : 9\ \text{m}^2 = 20\ \text{m}$$

b) $18000000\ \text{m}^3$ decken 80% des Wasserbedarfs von 200000 Einwohner.

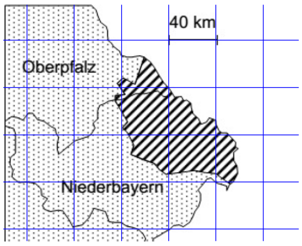
Also

$$80\% \mathrel{\hat{=}} 16000000\ \text{m}^3 \quad \Rightarrow \quad 20\% \mathrel{\hat{=}} 4000000\ \text{m}^3 \quad \Rightarrow \quad 100\% \mathrel{\hat{=}} 20000000\ \text{m}^3$$

Mit $200000000\ \text{m}^3$ können also 200000 Einwohner vollständig versorgt werde,

Ein Einwohner benötigt also $20000000\ \text{m}^3 : 200000 = 100\ \text{m}^3$ Wasser pro Jahr.

c) Legt man ein Gitter mit der Gitterkonstanten 40 km über das Gebiet, dann erkennt, dass dieses von ca. 3,5 Quadraten überdeckt wird.



Also hat das Versorgungsgebiet einen Flächeninhalt von ca. $3{,}5 \cdot (40\ \text{km})^2 = 3{,}5 \cdot 1600\ \text{km}^2 = 5600\ \text{km}^2$

---

2. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$

a) Der Schnittpunkt der Parabel mit der y-Achse hat die x-Koordinate 0. Also

$$y = \frac{1}{2} \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 - 6 = -6.$$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $S_y\left(0 \mid -6\right)$

b) Die Schnittpunkte mit der x-Achse haben die y-Koordinate 0. Also

$$0 = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$$

Lösungsformel für quadratische Gleichungen:

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-6) = 16$

Lösungen: $x = \dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \dfrac{-2-\sqrt{16}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = -6 \quad \vee \quad x = \dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \dfrac{-2+\sqrt{16}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 2$

Schnittpunkte mit der x-Achse: $S_{x_1}\left(-6 \mid 0\right)$ und $S_{x_2}\left(2 \mid 0\right)$

---

3. Die gesuchten Punkte F und H liegen auf

a) der Mittelsenkrechten von [EG]

b) auf einem Kreis um E mit Radius $r = \overline{EM}$, wobei M der Mittelpunkt von [EG] ist.

---

4. Jakob hat nicht recht, denn z.B. für $a = -3$ erhält man $\sqrt{(-3)^2} = 3 \neq -3$

---

5. $\dfrac{z^3 - z}{z^2 - z} = \dfrac{z\cdot(z^2-1)}{z\cdot(z-1)} = \dfrac{(z+1)(z-1)}{z-1} = z+1$

---

6. a) Für $x = 2$ erhält man $y = \dfrac{2}{2^2} = \dfrac{1}{2}$.

Nur der dritte und der vierte Graph gehen durch den Punkt $P\left(2 \mid 0{,}5\right)$.

Nur der driite Graph kann zur gegebenen Funktion gehören, das der vierte Graph der einer linearen Funktion ist.

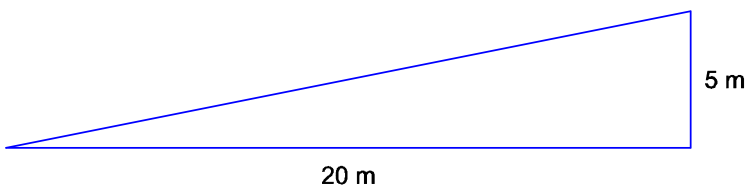
b) $x = a \quad\Rightarrow\quad y = \dfrac{2}{a^2}$ und $x = 5a \quad\Rightarrow\quad y = \dfrac{2}{(5a)^2} = \dfrac{2}{25a^2}$

Absolute Abnahme: $\dfrac{2}{a^2} - \dfrac{2}{25a^2} = \dfrac{50}{25a^2} - \dfrac{2}{25a^2} = \dfrac{48}{25a^2}$

Relative Abnahme: $\dfrac{\frac{48}{25a^2}}{\frac{2}{a^2}} = \dfrac{48}{50} = \dfrac{96}{100} = 96\%$

c) $y = \dfrac{2}{x^2} \quad\Rightarrow\quad x^2\cdot y = 2 \quad\Rightarrow\quad x^2 = \dfrac{2}{y} \quad\Rightarrow\quad x = \sqrt{\dfrac{2}{y}}$

7.



Man muss in horizontaler Richtung 20 m zurücklegen, damit man 5 m an Höhe gewinnt. Auf der Straße muss man also $\sqrt{20^2 + 5^2}$ m $= \sqrt{425}$ m zurücklegen.

----

8. Es gibt $3! = 6$ verschiedene Pfade nach unten, bei denen man ein B, ein M und ein T dreht.

$$P(\text{"BMT"}) = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$$