Quadratwurzeln und reelle Zahlen

==

1. Bestimme die Definitionsmenge des Wurzelterms in $G = \mathbb{R}$

a) $T(x) = \sqrt{4-x}$ b) $\sqrt{2x-1}$ c) $\sqrt{x^2-1}$ d) $\sqrt{4-x^2}$ e) $\sqrt{\frac{1}{4}x^2+1}$

---

2. Vereinfache

a) $\sqrt{40}+\sqrt{90}$ b) $6\sqrt{27} + 2\sqrt{108} - 7\sqrt{75}$

c) $\left(\sqrt{10}-3\right)\cdot\left(\sqrt{10}+3\right)$ d) $\left(3\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)^2 - \left(2\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\cdot\left(3\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$

---

3. Mache den Nenner rational und vereinfache

a) $\frac{8}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{5}{2\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ d) $\frac{5\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{2\sqrt{10}}$ e) $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ f) $\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-1}$ g) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+2}$

---

4. Zeige : a) $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}$ b) $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = 2 - 2\sqrt{15}$

Binomische Formeln

==

1. Schreibe ohne Klammern

a) $\left(3a+4b\right)^2$ b) $\left(2x-12\right)^2$ c) $\left(x^2-5\right)^2$ d) $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2$

e) $\left(x+8\right)\left(x-8\right)$ f) $\left(2x+9\right)\left(2x-9\right)$ g) $\left(-9+z\right)^2$ h) $\left(-a-2{,}5\right)^2$

i) $\left(x+4\right)^3$ j) $\left(2x-\frac{1}{2}\right)^3$ k) $\left(2x+3y\right)^4$

---

2. Vereinfache

a) $\left(2+x\right)^2 - \left(2-x\right)^2$ b) $16x^2-\left(3a-4x\right)^2$

c) $\left(5x-19\right)^2 - \left(x-3\right)\left(3+x\right) - \left(3x+4\right)\left(4x-5\right)$

---

3. Faktorisiere

a) $100x^2 - 225$ b) $4x^2 + 4x + 1$ c) $48x^3 - 147xy^2$

d) $49p^2 - 112pq + 64q^2$ e) $24a^2x^2 + 120ax + 150$

---

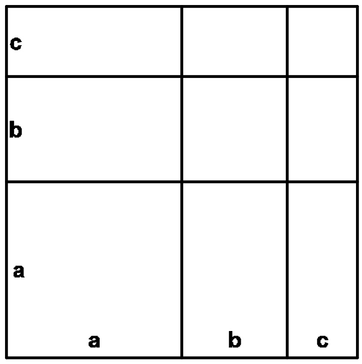
4. Ergänze

a) $\ldots + 14x + 49 = (\ldots\ \ldots\ \ldots)^2$ b) $x^2 - \frac{1}{3}x\ \ldots\ \ldots = (\ldots\ \ldots\ \ldots)^2$

---

5. Finde mit Hilfe nebenstehender Skizze eine Formel

für $(a + b + c)^2$ und berechne damit $(2y + y + 3)^2$



---

6. Zeige, dass die Differenz aufeinanderfolgender Zahlen in der Folge 0, 1, 4, 9, 16, 25, ... die positiven ungeraden Zahlen sind.

Quadratische Funktionen und ihre Nullstellen

---

1. Gegeben ist die Funktion $f : x \rightarrow y = \frac{1}{2}x^2$. Ihr Graph ist die Parabel p.

a) Wie lautet die Funktionsgleichung einer Funktion, welche die mit $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ verschobene Parabel p als Graphen hat ?

b) Wie lautet die Funktionsgleichung einer Funktion, welche die mit $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ und anschließend an der x-Achse gespiegelte Parabel als Graphen hat ?

---

2. Eine nach oben geöffnete Normalparabel ist symmetrisch zu der Geraden $x = 2$.

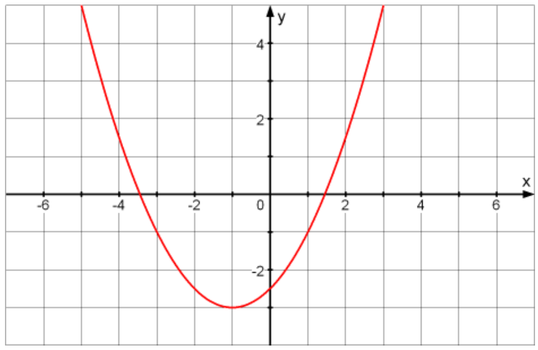
Der Punkt $P(-1 \mid 6)$ liegt auf der Parabel.

a) Gib die Gleichung der Parabel in der Form $y = ax^2 + bx + c$ an.

b) Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte der Parabel mit der x-Achse.

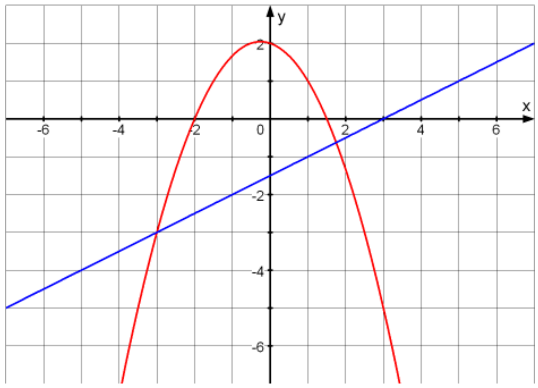
---

3. Bestimme rechnerisch die Nullstellen der nebenstehenden Parabel.



---

4. Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte.



---

5. Der Graph der quadratischen Funktion $f : x \to y = -\frac{3}{4}x^2 + 6x - 8$ ist die Parabel p.

   a) Bestimme die Nullstellen von f.

   b) Bestimme die Koordinaten des Scheitels von p und gib die Wertemenge von f an.

   c) Zeichne p in ein geeignetes Koordinatensystem.

---

6. Der Anhalteweg s eines Kraftfahrzeuges mit der Geschwindigkeit v kann annähernd durch die Formel $s = 0{,}01v^2 + 0{,}3v$ beschrieben werden.

   a) Berechne den Anhalteweg für den Geschwindigkeitsbereich von 0 $\frac{km}{h}$ bis 120 $\frac{km}{h}$ in sinnvollen Abständen .

   b) Zeichne einen Graphen für den Anhalteweg in Abhängigkeit zur Geschwindigkeit des Autos.

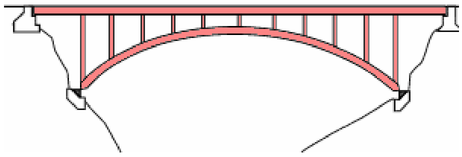
   c) Bestimme aus dem Graphen den Anhalteweg für 45 $\frac{km}{h}$, 75 $\frac{km}{h}$ und 95 $\frac{km}{h}$.

---

7. Gegeben ist die quadratische Funktion $f : x \to -\frac{1}{2}x^2 + x + 2$.

   Der Graph von f ist die Parabel p. Die Schnittpunkte von p mit der Geraden $g : y = x - 2{,}5$ bilden mit dem Scheitel von p ein Dreieck.

   Bestimme den Umfang und den Flächeninhalt des Dreiecks sowie die Größe seiner Winkel.

8. 

Die beiden äußeren Brückenpfeiler sind 200 m voneinander entfernt und 60 m hoch. Der Pfeiler in der Mitte hat ein Länge von 12 m,

Bestimme die Länge der anderen Pfeiler.

Quadratische Gleichungen

==

1. Bestimme die Lösungsmenge in $G = \mathbb{R}$

a) $\frac{1}{2}x^2 - 6 = 0$ b) $4x^2 + 1 = 0$ c) $\frac{2}{x^2-1} = \frac{3}{x^2+1}$ d) $2\cdot(x+3)^2 = 4'$

e) $(2x+3)^2 = 4$ f) $\frac{1}{12}\cdot\left[(2x-1)^2\right]^2 - 2 = 1$

2, Bestimme die Lösungsmenge in $G = \mathbb{R}$

a) $2x^2 + 3x = 0$ b) $2x^3 - 2x^2 = 0$ c) $(2x^2+1)\cdot(4x^2-1)\cdot(8x+1) = 0$

d) $x^3 - 2x^2 - 2x + 4 = 0$

---

3. Bestimme die Lösungsmenge in $G = \mathbb{R}$ mit Hilfe quadratischer Ergänznung.

a) $x^2 - 6x - 7 = 0$ b) $\frac{1}{2}x^2 + x - 4 = 0$ c) $2x^2 - 3x - 5 = 0$ d) $x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$

4: Bestimme die Lösungsmenge in $G = \mathbb{R}$ mit der Lösungsformel.

a) $3x^2 - 7x - 4 = 0$ b) $5x^2 - \sqrt{5}x - 1 = 0$

---

5. Bestimme die Lösungsmenge in $G = \mathbb{R}$.

a) $4x^4 - 3x^2 - 1 = 0$ b) $2x - \sqrt{x} - 3 = 0$

---

6. Bestimme Definitions- und Lösungsmenge in $G = \mathbb{R}$.

a) $\frac{1}{x} = \frac{2x}{x+1}$ b) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x-2} = 0$ c) $\frac{x+1}{2x-2} - \frac{1}{x^2-x} = 1$

---

7. Bestimme die Definitionsmenge und vereinfache : $\frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$

Potenzen mit rationalen Exponenten

==

1. Bestimme die Lösungsmenge in G = ℝ.

a) $\frac{1}{2}x^4 - 20 = 12$ b)$2x^3 + 0{,}25 = 0$ c) $(x-4)^{-3} = 2$

---

2. Vereinfache ohne Benutzung des Taschenrechners

a) $5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}$ b) $3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{4}}$ c) $4^{-\frac{2}{3}} \cdot 4^{\frac{3}{4}}$ d) $2^{\frac{3}{5}} \cdot 2^{-\frac{3}{10}}$ d) $125^{\frac{5}{6}} \cdot 125^{0{,}5}$

e) $256^{\frac{1}{12}} \cdot 256^{\frac{7}{24}} \cdot 256^{-\frac{1}{4}}$ f) $8^{-\frac{1}{2}} \cdot 4^{-\frac{1}{6}}$ g) $10^{\frac{1}{2}} : 10^{\frac{1}{3}}$ i) $2^{-\frac{2}{3}} : 2^{-0{,}5}$

k) $\frac{9^{\frac{2}{3}}}{9^{\frac{1}{6}}}$ l) $216^{-\frac{1}{4}} : 216^{\frac{5}{12}}$ m) $\frac{32^{0{,}3}}{32^{0{,}5}}$

---

3. Vereinfache :

a) $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}}$ b) $b^{-0{,}25} \cdot b^{\frac{1}{3}}$ c) $c^{-2} : c$ d) $\frac{d^{-2}}{d^{\frac{3}{5}}}$ e) $e^{-\frac{1}{n}} \cdot e^{-\frac{1}{n}}$ f) $f^{-\frac{1}{n}} : f^{\frac{1}{2n}}$

---

4. Vereinfache :

a) $4^{\frac{2}{5}} \cdot 2^{\frac{2}{5}}$ b) $10^{-0{,}4} : 2^{-0{,}4}$ c) $x^{\frac{2}{3}} : (2x)^{\frac{2}{3}}$ d) $(6x)^{\frac{1}{3}} \cdot (\frac{1}{x^2})^{\frac{1}{3}}$ e) $(2x)^{-\frac{1}{3}} \cdot (\frac{x}{2})^{\frac{1}{3}}$

---

5. Vereinfache :

a) $(2^{\frac{1}{3}})^6$ b) $(25^{\frac{3}{4}})^{-2}$ c) $(243^{-\frac{3}{4}})^{-1{,}6}$ d) $(x^{-\frac{2}{3}})^{-\frac{3}{8}}$ e) $(2^{-\frac{1}{n}})^n$

---

6. Gib das Ergebnis als Wurzel an

a) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{4}$ b) $\sqrt[5]{3} : \sqrt{3}$ c) $\sqrt[4]{2^9} \cdot \sqrt{2^9}$ d) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$ e) $\sqrt[4]{10x} : \sqrt[4]{2x}$

f) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{5}}$ g) $\sqrt[n]{\sqrt[3]{a}}$ h) $\frac{\sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{b^3}}$ i) $\frac{\sqrt[6]{2x} : \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} : \sqrt[4]{x}}$ k) $\frac{y}{\sqrt[3]{y^2} \cdot \sqrt[4]{y}}$

---

7. Radiziere teilweise :

a) a) $\sqrt[3]{6^4}$ b) $\sqrt[3]{0{,}5^7}$ c) $\sqrt[4]{x^8}$ d) $\frac{\sqrt[3]{40}}{2}$ e) $\frac{15}{\sqrt[3]{500}}$

---

8. Mache den Nenner rational :

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ b) $\frac{2}{\sqrt[4]{4}}$ c) $\frac{2}{\sqrt[3]{5^2}}$ d) $\sqrt[5]{\frac{2}{3}}$

---

9. Berechne bzw. vereinfache

a) $\sqrt[3]{2a^2} \cdot \sqrt[3]{32a}$ b) $\sqrt{b} \cdot \sqrt[5]{b^{-2}} \cdot \sqrt[10]{b}$ c) $\sqrt[3]{2c^2\sqrt{2c}} \cdot \sqrt{2c\sqrt[4]{2c^3}}$

d) $\left(\sqrt[6]{\frac{a^4c^5}{b^3}} : \sqrt[4]{\frac{a^2b}{c^3}}\right) \cdot \frac{\sqrt{b\sqrt{b}}}{\sqrt[4]{a^2c^5}}$ e) $(a^{\frac{1}{3}} - 3a^{-\frac{1}{3}})^2$ f) $(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{4}})$

Zusammengesetzte Zufallsexperimente

===

1. In einer Urne befinden sich verschieden farbige Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit eine rote Kugel zu $\frac{1}{5}$, für eine weiße $\frac{3}{4}$ und für eine grüne $\frac{1}{20}$.

   a) Befinden sich noch andersfarbige Kugeln in der Urne. Begründe !

   b) Man zieht nacheinander drei Kugeln mit Zurücklegen. Berechnen die W'keit, dass die gezogenen Kugeln verschiedenfarbig sind.

---

2. Ein Laplace Würfel wird zweimal geworfen. Berechne die W'keit von

   A : Die Augensumme beider Würfe ist 3

   B : Die Augensumme beider Würfe ist größer als 9

   C : Die Augensumme beider Würfe ist größer als 3

---

3. Vier Seiten eines Laplace Würfels sind mit einer 1 und auf zwei Seiten mit einer 2 beschriftet. Er wird zweimal geworfen.

   Gib alle möglichen Augensummen an und berechne die W'keiten sie zu werfen.

---

4. In einer Urne befinden sich 4 rote, 5 grüne und 6 blaue Kugeln. Es werden nacheinander drei Kugeln gezogen. Wie groß ist die W'keit , die Kugeln in der Reihenfolge rot-grün-blau zu ziehen, wenn jede Kugel nach der Ziehung

   a) zurückgelegt b) nicht zurückgelegt

   wird ?

---

4. Ein Würfel wird fünfmal geworfen. Wie groß ist die W'keit von

   A : Es werden lauter verschiedene Zahlen geworfen.

   B : Es wird keine Zahl zweimal hintereinander geworfen.

   D : Es wird mehr als eine 6 geworfen.

   E : Es wird keine Zahl größer als 4 geworfen.

   F : Es wird die Zahl 1 genau zweimal geworfen

Die Satzgruppe des Pythagoras

===

1. Berechne die fehlenden Größen im rechtwinkligen Dreieck ABC

a	b	c	p	q	h_c	A
			36 cm			
			8 cm		18 cm	
					10 cm	106 cm^2
34 cm					30 cm	
	70 cm					1400 cm^2

---

2. Bestimme einem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten $a = 3$ cm und $b = 4$ cm die Länge der Seitenhalbierenden.

---

3. Der Umkreis eines gleichseitigen Dreiecks hat den Radius 6 cm. Bestimme die Seitenlänge des Dreiecks.

---

4. In einem Kreis mit dem Radius 11,4 cm sind zwei parallele Sehnen mit den Längen 5,3 cm und 8,2 cm gegeben. Welchen Abstand haben die beiden Sehnen ?

---

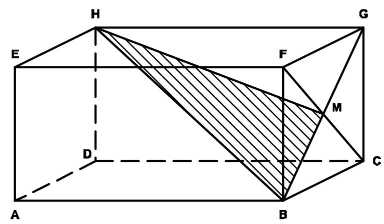
5. Von einem ABC ist $a = 13$ cm, $h_b = 12$ cm und den Winkel $\alpha = 45°$.

   Berechne h_c.

---

6. Es ist $\overline{AB} = 10$ cm, $\overline{BC = 6 \text{ cm}}$ und $\overline{AE} = 8$ cm.

   Berechne den Umfang des Dreiecks BMH:



Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck

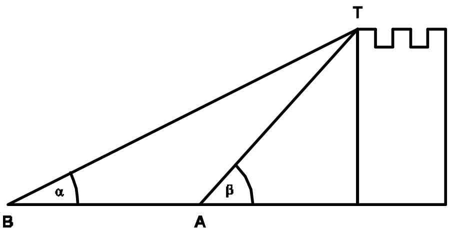
1. Es ist $\sin\alpha = \frac{12}{13}$. Berechne $\tan\alpha$.

---

2. Ein Beobachter steht im Punkt A in der Entfernung $x = \overline{AR}$ vor einem Turm und sieht von dort die Turmspitze T unter einem Winkel $\alpha = 62°$.

   Wenn er um $s = 80$ m zurück zum Punkt B geht, sieht er sie unter $\beta = 35°$.

   Berechne die Höhe h des Turms!

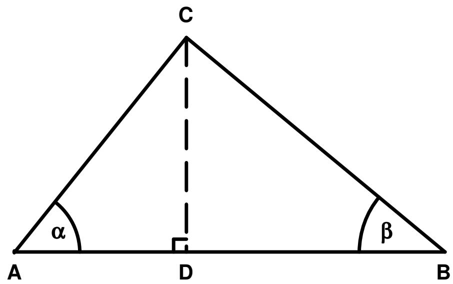


---

3. Für das Dreieck ABC gilt

   $\overline{AB} = 12$ cm, $\overline{AC} = 8$ cm und $\alpha = 50°$.

   Berechne alle Seiten und Winkel des Dreiecks sowie seinen Flächeninhalt.



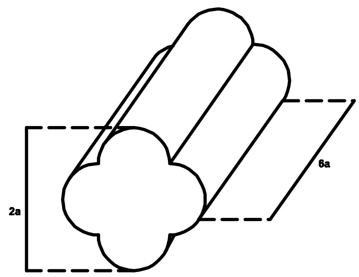
Prisma und gerader Zylinder

1. Berechne Oberflächeninhalt und Rauminhalt eines 6 cm hohen und geraden Prismas, dessen
   Grundfläche ein regelmäßigen n-Eck mit der Seitenlänge 2 cm ist

   a) $n = 3$ b) $n = 6$ c) $n = 8$

---

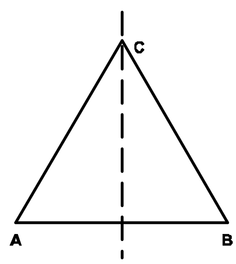
2. Berechne das Volumen und den Oberflächen des abgebildeten Körpers in Abhängigkeit von a.



Pyramide und Kegel

1. Das gleichseitige Dreieck mit der Seitenlänge a rotiert um die eingezeichnete Symmetrieachse.

   Berechne den Rauminhalt des dabei entstehenden Kegels in Abhängigkeit von a.



---

2. Auf den Flächen eines Würfels der Kantenlänge a sitzen gleichkantige Pyramiden.

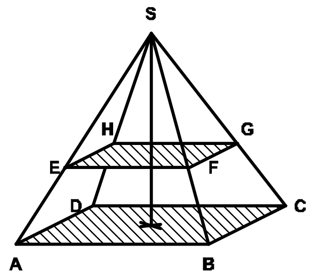
   a) Zeichne den Körper

   b) Berechne das Volumen und die Oberfläche des Körpers in Abhängigkeit von a.

---

3. Die gerade quadratische Pyramide ABCDS MIT $\overline{AB} = 10$ cm hat eine Höhe von 8 cm und wird von einer Ebene, die parallel zur Grundfläche verläuft und von dieser 3 cm Abstand hat, in den Punkten E, F, G und H geschnitten.

   Berechne das Volumen des unteres Körpers.



---

4. Ein Kegel wird durch eine Ebene parallel zur Grundfläche in einen kleinen Kegel und einen sog. Kegelstumpf zerlegt.

   Berechne den Rauminhalt und den Oberflächeninhalt des Kegelstumpfs.