Schnitt von Funktionsgraphen

==

1. Gegeben sind die Parabel p mit der Gleichung $y = x^2 - 5x$

   und die Gerade $g : y = -\frac{1}{2}x - 2$

   a) Bestimme den Scheitel der Parabel und ihre Schnittpunkte mit der x-Achse..

   b) Zeichne die Parabel und die Gerade in dasselbe Koordinatensystem.

   c) Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte von p und g.

---

2. Gegeben sind die Parabel p mit der Gleichung $y = -x^2 + 4x + 5$

   und die Gerade $y = 2x + 1$.

   a) Bestimme den Scheitel der Parabel und ihre Schnittpunkte mit der x-Achse..

   b) Zeichne die Parabel und die Gerade in dasselbe Koordinatensystem.

   c) Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte von p und g.

   d) Bestimme den y-Abschnitt t der Geraden $y = 2x + t$ so, dass die Gerade die Parabel p berührt.

   Berechne die Koordinaten des Berührungspunktes.

---

3. Durch die Gleichung $y = mx + 4$ ist für jedes $m \in \mathbb{R}$ eine Gerade $g_m$gegeben und durch die

   Gleichung $y = -x^2 - 3x$ die Parabel p.

   a) Zeichne die Parabel p und die durch $m = 1{,}5$ und $m = -0{,}5$ festgelegten Geraden $g_{1,5}$ und $g_{-0,5}$ in ein gemeinsames Koordinatensystem.

   b) Berechne die Koordinaten der Schnittpunkt von g_2 mit p.

   c) Bestimme m so, dass g_m eine Tangente von p ist.

---

4. Gegeben sind die Funktionen

   $f_1 : x \to y = \frac{1}{4}x^2$, $f_2 : x \to y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$, $f_3 : x \to y = \frac{1}{2}(x+4)^2$ und

   $f_4 : x \to y = -\frac{1}{2}x + 2$

   a) Berechne die Nullstellen von f_2 und f_4

b) Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen von f_2 und f_4 sowie f_1 und f_3.

c) Zeichne die Graphen der vier Funktionen mit unterschiedlichen Farben in ein gemeinsames Koordinatensystem ein.

---

5. a) Bestimme die Gleichung der Parabel p, die durch die Punkte $A\left(0|3\right)$, $B\left(2|-1\right)$ und $C\left(3|0\right)$ geht.

b) Zeichne p in ein Koordinatensystem ein

c) Bestimmen Sie die Schnittpunkte von p mit den Koordinatenachsen.

Gegeben ist weiter die Parabel q mit der Gleichung $y = 3x^2 + 6x + 3$.

d) Bestimme den Scheitelpunkt von q und zeichne q in das bereits angelegte Koordinatensystem ein.

e) Berechnen Sie die Schnittpunkte von p und q.

---

6. Für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist durch $y = -\frac{1}{2}x^2 + t$ eine Parabel p_t gegeben und durch $y = x^2 - 4x + 6$ eine Parabel p.

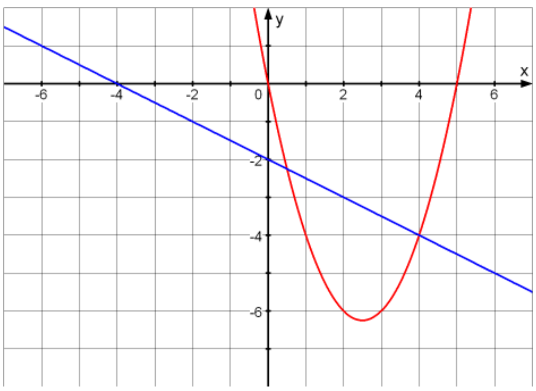
a) Bestimme die Schnittpunkte von p_4 und p.

b) Welche Parabel p_t hat nur einen Punkt mit der Parabel p gemeinsam ?

Lösungen

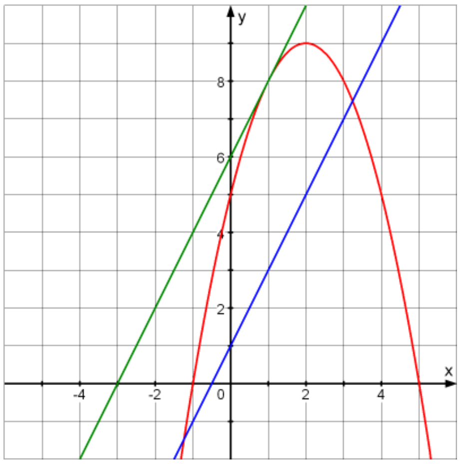
===

1. Die Lösungen können der Zeichnung entnommen werde.



---

2. a) und b)



c) $S_1(1-\sqrt{5} \mid 3-2\sqrt{5})$ und $S_2(1+\sqrt{5} \mid 3+2\sqrt{5})$

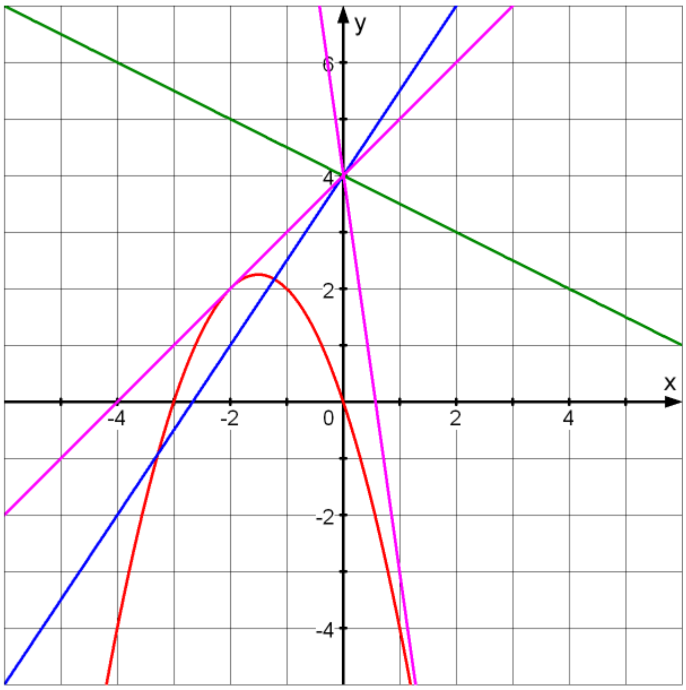
d) Schnittbedingung : $-x^2+4x+5 = 2x+t \quad \Leftrightarrow \quad -x^2+2x+5-t = 0$

Diskriminante : $D = 2^2-4\cdot(-1)\cdot(5-t) = 4+20-4t = 24-4t$

Bedingung für eine Lösung : $24-4t = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = 6$

---

3. a) und c)



b) $S_1(-1 \mid 2)$ und $S_2(-4 \mid -4)$

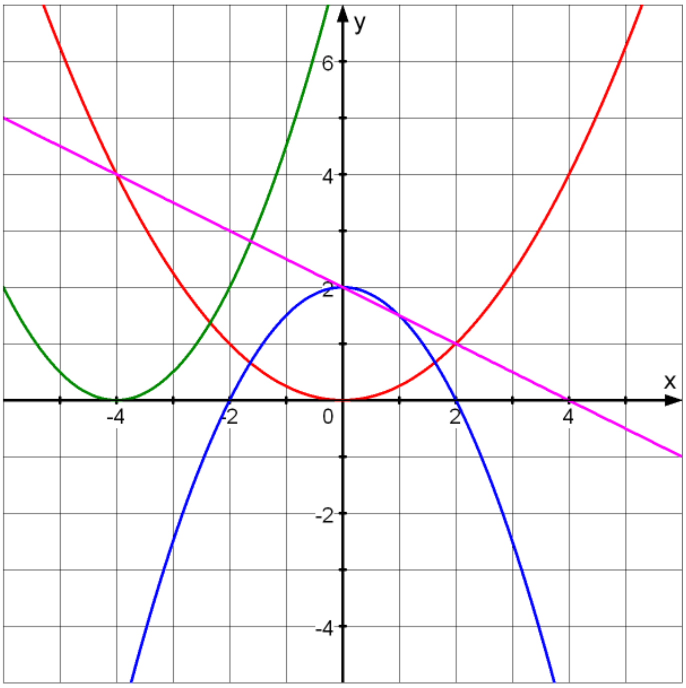
c) Schnittbedingung : $-x^2-3x = mx+4 \quad \Leftrightarrow \quad -x^2+(-3-m)\cdot x-4 = 0$

Diskriminante : $D = (-m-3)^2-4\cdot(-1)\cdot(-4) = (m-3)^2-16$

Bedingung für eine Lösung : $(m+3)^2-16 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad m = 1 \lor m = -7$

---

4. Dit Lösungen kann man der Zeichnung entnehmen



---

5. a) $y = x^2 - 4x + 3$

c) $S_{x_1}(1 \mid 0)$ und $S_{x_2}(3 \mid 0)$ sowie $S_y(3 \mid 0)$

d) $S(-1 \mid 0)$

e) $S_1(0 \mid 3)$ und $S_2(-5 \mid 48)$

---

6. a) Die Schnittbedingung $-\frac{1}{2}x^2 + 4 = x^2 - 4x + 6$ ergibt $x = \frac{2}{3} \vee x = 2$ und damit die

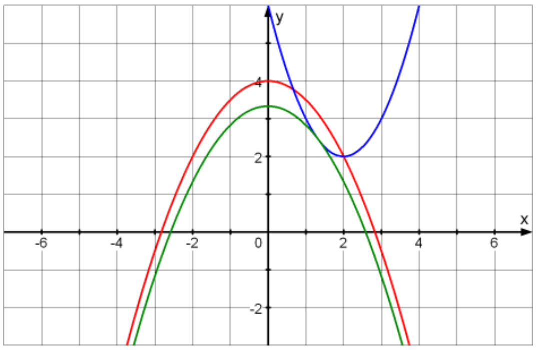
Schnittpunkt $S_1(\frac{2}{3} \mid 3\frac{3}{4})$ und $S_1(2 \mid 2)$

b) Schnittbedingung : $x^2 - 4x + 6 = -\frac{1}{2}x^2 + t \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3}{2}x^2 - 4x + 6 - t = 0$

Diskriminante : $D = (-4)^2 - 4 \cdot \frac{3}{2} \cdot (6 - t) = 16 - 36 + 6t = -20 + 6t$

Bedingung für eine Lösung : $-20 - 6t = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{10}{3}$

Graphische Veranschaulichung :



y
x
-6
-4
-2
0
2
4
6
4
2
-2