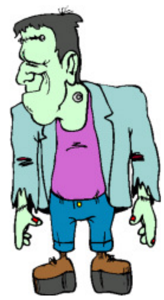

Spezielle quadratische und andere Gleichungen

1. Bestimme die Lösungsmenge

a) $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0$ b) $2x^3 - 4x = 0$

c) $2x^2 + 3x = 0$ d) $(x^2 + 4)\cdot(2x^2 - 1) = 0$

Quadratische Ergänzung

1. Löse durch quadratische Ergänzung

a) $x^2 + 2x - 19{,}25 = 0$ b) $2x^2 + 15x + 18 = 0$

Die Lösungsformel für quadratische Gleichungen

1. Bestimme Definitions- und Lösungsmenge in $G = \mathbb{R}$!

a) $2x^2 - 5x = 2$ b) $(2x-3)^2 - 4 = 5x$ c) $\frac{1}{x} - \frac{2}{3} = \frac{4}{x}$

d) $(2x-3)\cdot(4x+5) = 0$ e) $\frac{1}{x+2} - \frac{3}{4-x} = 5$ e) $x^4 - x^2 = 12$

---

2. Für welche Werte von k hat die quadratische Gleichung zwei Lösungen?

a) $x^2 - kx + 9 = 0$ b) $x^2 + 3x - k = 0$

---

3. Bestimme die Nullstellen Funktion $f : x \to y = f(x) = 2x^2 - x - 1$.

Extremwertaufgabe

Eine Fabrik verkauft pro Monat n Stück Maschinen zu einem Preis p. Die Anzahl n der pro Monat verkauften Maschinen und der Stückpreis p in € hängen wie folgt zusammen:

$n = 1200 - 3p$

a) Versuche eine Erklärung zu geben, warum die Anzahl der verkauften Maschinen in der angegebenen Art vom Stückpreis abhängen kann.

b) Für welchen Preis p ist der Umsatz maximal?

Lineare Gleichungssysteme

1. Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel, die durch die drei Punkte $A\left(-2 \mid -3\right)$, $B\left(1 \mid 1{,}5\right)$ und $C\left(2 \mid 5\right)$

---

2. Bestimme x, y und z.

$$\begin{array}{l|rcl} (1) & x+y+z & = & 6 \\ (2) & 2x-y+z & = & 4 \\ (3) & 3x+2y-2z & = & 4 \end{array}$$

Faktorisisierungssatz

1. Bestimme die Defintionsmenge des Terms in $G = \mathbb{R}$ und vereinfache.

a) $T(x) = \dfrac{x^2-2x}{x^2+x-6}$ b) $T(x) = \dfrac{2x-4}{2x^2-6x+4}$ c) $T(x) = \dfrac{4x^2-1}{2x^2+x-1}$

Spezielle quadratische und andere Gleichungen

1. a) $\frac{1}{2}x^2-3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}x^2 = 3 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = 6 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\sqrt{6} \vee x = \sqrt{6}$

b) $2x^3-4x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x\cdot(2x^2-4) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \vee 2x^2-4 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = 0 \vee x = -\sqrt{2} \vee x = \sqrt{2}$

c) $2x^2+3x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x\cdot(2x+3) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \vee 2x+3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{3}{2}$

d) $(x^2+4)\cdot(2x^2-1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2+4 = 0 \vee 2x^2-1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\sqrt{\frac{1}{2}} \vee x = \sqrt{\frac{1}{2}}$

Quadratische Ergänzung

1. a) $x^2+2x-19{,}25 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2+2x+1^2 = 19{,}25+1^2 \quad \Leftrightarrow \quad (x+1)^2 = 20{,}25$

$\Leftrightarrow \quad x+1 = -4{,}5 \vee x+1 = 4{,}5 \quad \Leftrightarrow \quad x = -5{,}5 \vee x = 3{,}5$

b) $2x^2+15x+18 = 0 \mid :2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2+\frac{15}{2}x+9 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x^2+\frac{15}{2}x+(\frac{15}{4})^2 = -9+(\frac{15}{4})^2 \quad \Leftrightarrow \quad (x+\frac{15}{4})^2 = \frac{81}{16}$

$$\Leftrightarrow \quad x+\frac{15}{4} = -\frac{9}{4} \vee x+\frac{15}{4} = \frac{9}{4} \quad \Leftrightarrow x = - \vee x = -\frac{3}{2}$$

Die Lösungsformel für quadratische Gleichungen

1\. a) $2x^2-5x = 2 \quad \Leftrightarrow \quad 2x^2-5x-2 = 0 \quad D = (-5)^2 - 4\cdot 2\cdot(-2) = 41$

b) $(2x-3)^2-4 = 5x \quad \Leftrightarrow \quad 4x^2-12x+9-4 = 5x \quad \Leftrightarrow \quad 4x^2-17x+5 = 0$

$$D = 17^2-4\cdot 4\cdot 5 = 209 \quad x = \frac{17-\sqrt{209}}{8} \vee x = \frac{17+\sqrt{209}}{8}$$

c) $\frac{1}{x}-\frac{2}{3} = \frac{4}{x} \quad |\cdot 3x \quad \Leftrightarrow \quad 3-2x = 12 \quad \Leftrightarrow \quad x = -4{,}5$

d) $(2x-3)\cdot(4x+5) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x-3 = 0 \vee 4x+5 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{3}{2} \vee x = -\frac{5}{4}$

2\. a) Bedingung: $D = (-k)^2-4\cdot 1\cdot 9 = k^2-36>0 \quad \Leftrightarrow \quad k^2>36 \quad \Leftrightarrow \quad k>6 \vee k<-6$

b) Bedingung: $D = 3^2-4\cdot 1\cdot(-k) >0 \quad \Leftrightarrow \quad 9+4k>0 \quad \Leftrightarrow \quad k>-\frac{9}{4}$

3\. a) $f(x) = 2x^2-x-1 = 0 \quad D = (-1)^2-4\cdot 2\cdot(-1) = 9$

$$x = \frac{1-\sqrt{9}}{4} = -\frac{1}{2} \vee x = \frac{1+\sqrt{9}}{4} = 1$$

Extremwertaufgabe

a) Je höher der Preis, desto weniger Maschinen werden verkauft.

b) Zielgröße: $U(p) = (1200-3p)\cdot p = 1200p-3p^2 = -3p^2+1200$

Scheitelbestimmung:

$$-3p^2+1200 = -3\cdot(p^2-400p+200^2-200^2) = -3\cdot(p-200)^2+120000$$

Bei einemn Preis von 200 € erz ielt man den größten Umsatz. Er beträgt 120000 €.

Lineare Gleichungssysteme

1. Ansatz: $y = ax^2 + bx + c$

$$\begin{array}{r|rcl} (1) & 4a-2b+c & = & 3 \\ (2) & a+b+c & = & 1{,}5 \\ (3) & 4a+2b+c & = & 5 \end{array} \quad \begin{array}{r|rcll} (1)+(2) & 3a-3b & = & 1{,}5 \Rightarrow a-b = 0{,}5 & (4) \\ (3)-(2) & 3a+b & = & 3{,}5 & (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rclll} (4)+(5) & 4a & = & 4 & \Rightarrow a = 1 & (6) \\ (6) \text{ in } (5) & 3+b & = & 3{,}5 & \Rightarrow b = 0{,}5 & (7) \\ (6) \text{ und } (7) \text{ in } (3) & 4+1+c & = & 5 & \Rightarrow c = 0 & \end{array}$$

$y = x^2 + 0{,}5x$

---

2. Bestimme x, y und z.

$$\text{a) } \begin{array}{r|rcl} (1) & x+y+z & = & 6 \\ (2) & 2x-y+z & = & 4 \\ (3) & 3x+2y-2z & = & 6 \end{array} \quad \begin{array}{r|rclll} (1)+(2) & 3x+2z & = & 10 & & (4) \\ (3)+2\cdot(2) & 7x & = & 14 & \Rightarrow x = 2 & (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rcll} (5) \text{ in } (4) & 3\cdot 2+2z & = & 10 & \Rightarrow z = 2 \\ (5)+(6) \text{ in } (1) & 2+y+2 & = & 6 & \Rightarrow y = 2 \end{array}$$

Faktorisisierungssatz

1. Bestimme die Defintionsmenge des Terms in $G = \mathbb{R}$ und vereinfache.

a) $x^2 + x - 6 = 0 \quad \overset{\text{Lösungsformel}}{\Rightarrow} \quad x = -3 \vee x = 2$

Also ist $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$.

$$T(x) = \frac{x^2-2x}{x^2+x-6} = \frac{x\cdot(x-2)}{(x-2)\cdot(x+3)} = \frac{x}{x+3}$$

a) $2x^2 - 6x + 4 = 0 \quad \overset{\text{Lösungsformel}}{\Rightarrow} \quad x = 1 \vee x = 2$

Also ist $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

$$T(x) = \frac{2x-4}{2x^2-6x+4} = \frac{2\cdot(x-2)}{2\cdot(x-1)\cdot(x-2)} = \frac{1}{x-1}$$

c) $2x^2 + x - 1 = 0 \overset{\text{Lösungsformel}}{\Rightarrow} x = -1 \lor x = \frac{1}{2}$

Also ist $D = \mathbb{R}\setminus\{-1; \frac{1}{2}\}$.

$$T(x) = \frac{4x^2 - 1}{2x^2 + x - 1} = \frac{(2x-1)\cdot(2x+1)}{2\cdot(x-0{,}5)(x+1)} = \frac{(2x-1)\cdot(2x+1)}{(2x-1)(x+1)} = \frac{2x+1}{x+1}$$