

## Extremwertaufgaben

---

---

1. Bestimme die Wertemenge

a)  $f: x \rightarrow y = \frac{3}{4}x^2 - 2x + 1$

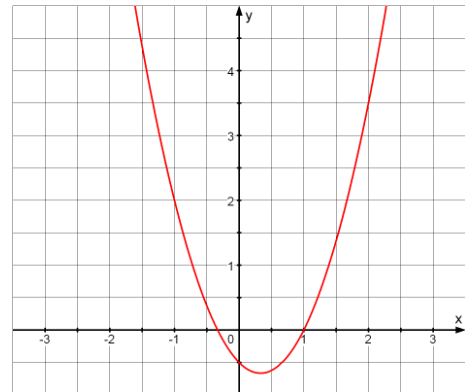
b)  $f: x \rightarrow y = -\frac{5}{4}x^2 - x - 1$

---

2. An einer Hauswand soll mit einem 20 m langem Zaun ein möglichst großer, rechteckiger Garten abgesteckt werden. Wie groß ist die Fläche des Gartens ?

---

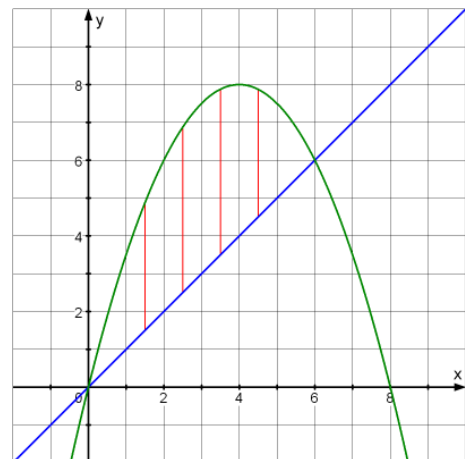
3. Das Bild zeigt den Graphen einer quadratischen Funktion. Bestimme die Wertemenge der Funktion.



4. Das Bild zeigt eine Gerade g und eine Parabel p.

a) Bestimme ihre Gleichungen und die Koordinaten ihrer Schnittpunkte.

b) Bestimme die längste vertikale Strecke zwischen der Parabel und der Geraden im Bereich  $0 < x < 6$ .



5. Welcher Punkt P der Geraden g mit der Gleichung  $y = 0,5x + 1$  hat vom Punkt A(5|1) den kleinsten Abstand. Bestimme diesen Abstand rechnerisch!

---

## Lösungen :

---

---

1. a)  $y = \frac{3}{4}x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{4} \cdot (x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} - \frac{16}{9}) + 1 = \frac{3}{4} \cdot (x - \frac{4}{3})^2 - \frac{4}{3} + 1 =$

$$= \frac{3}{4} \cdot (x - \frac{4}{3})^2 - \frac{1}{3}$$

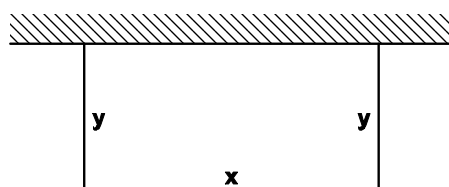
Also ist  $W = [-\frac{1}{3}; \infty[$

$$\begin{aligned} \text{b) } y &= -\frac{5}{4}x^2 - x - 1 = -\frac{5}{4} \cdot \left(x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{4}{25} - \frac{4}{25}\right) - 1 = -\frac{5}{4} \cdot \left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} - 1 = \\ &= -\frac{5}{4} \cdot \left(x + \frac{2}{5}\right)^2 - \frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$\text{Also ist } W = ]-\infty; -\frac{4}{5}]$$

2. Länge :  $x$

$$\text{Breite : } y = (20 - x) : 2 = 10 - \frac{1}{2}x$$



Fläche :

$$A = x \cdot y = x \cdot \left(10 - \frac{1}{2}x\right) = -\frac{1}{2}x^2 + 10x = -\frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100 - 100) = -\frac{1}{2}(x - 10)^2 + 50$$

Maximale Fläche von  $100 \text{ m}^2$  bei einer Länge von  $10 \text{ m}$  und einer Breite von  $5 \text{ m}$ .

3. Der Zeichnung entnimmt man, dass die Parabel durch die Punkte

$A(-1 | 2)$ ,  $B(1 | 0)$  und  $C(2 | 3,5)$  geht.

Daraus ergibt sich die Funktionsgleichung  $y = \frac{3}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}$  und damit die Wertemenge

$$W = \left[-\frac{2}{3}; \infty\right[$$

4. Gleichung der Geraden :  $y = x$

$$\text{Gleichung der Parabel : } y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x$$

$$\text{Streckenlänge : } L = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - x = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$$

$$\text{Quadratische Ergänzung : } -\frac{1}{2}x^2 + 3x = -\frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9 - 9) = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 4,5$$

Die längste vertikale Strecke hat die Länge  $4,5$  und ergibt sich bei  $x = 3$ .

5. Der Abstand des Punktes  $P$  vom Punkt  $A$  ist dann am geringsten, wenn das Quadrat des Abstandes am geringsten ist.

Koordinaten des Punktes P :  $P(x|0,5x + 1)$

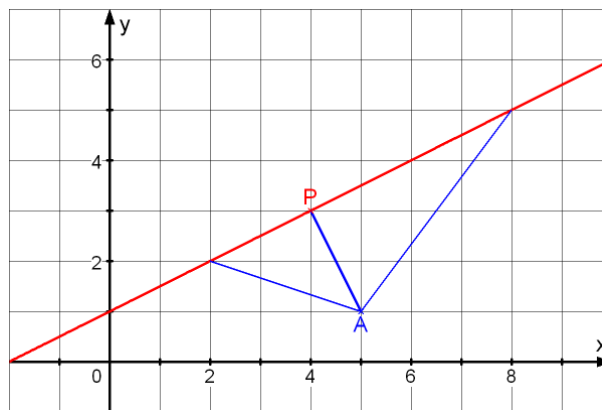
Quadrat des Abstandes - *Pythagoras* ! -:

$$(5-x)^2 + (1-0,5x-1)^2 = 25 - 10x + x^2 + 0,25x^2 = \frac{5}{4}x^2 - 10x + 25$$

Scheitelform :

$$\frac{5}{4}x^2 - 10x + 25 = \frac{5}{4} \cdot (x^2 - 8x + 16 - 16) + 25 = \frac{5}{4} \cdot (x-4)^2 - 20 + 25 = \frac{5}{4} \cdot (x-4)^2 + 5$$

Der Punkt  $P(4|3)$  hat den minimalen Abstand von A. Dieser ist gleich 5.



P ist der Fußpunkt des Lotes von A auf g.

---