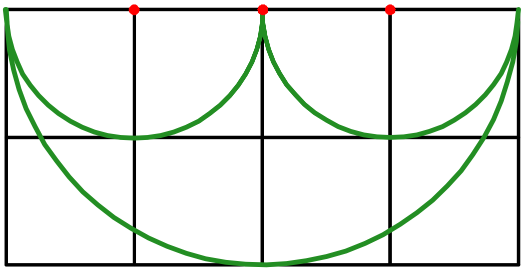
Kreisfiguren

==

a) Der Umfang setzt sich zusammen aus



a) zwei Halbkreisbögen mit r = a

b) einem Halbkreisbogen mit r = 2a.

.

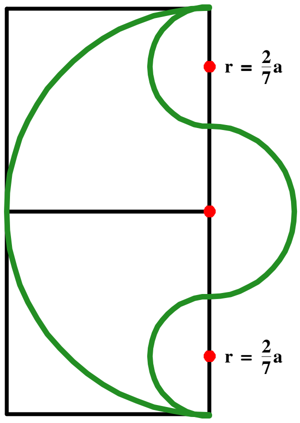
$$U = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot a + \frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot 2a = 4\pi a$$

Der Flächeninhalt ergibt sich aus dem Inhalt eines Halbkreises mit r = 2a abzüglich dem Inhalt zweier Halbkreise mit r = a.

$$A = \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot(2a)^2 - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot a^2 = \pi a^2$$

----

b) Der Umfang setzt sich zusammen aus



a) einem Halbkreisbogen mit r = a

b) zwei Halbkreisbögen mit $r = \frac{2}{7}a$

c) einem Halbkreisbogen mit $r = a - 2\cdot\frac{2}{7}a = \frac{3}{7}a$.

$$U = \frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot a + 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot\frac{2}{7}a + \frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot\frac{3}{7}a = 2\pi a$$

Der Flächeninhalt der Figur ergibt sich aus

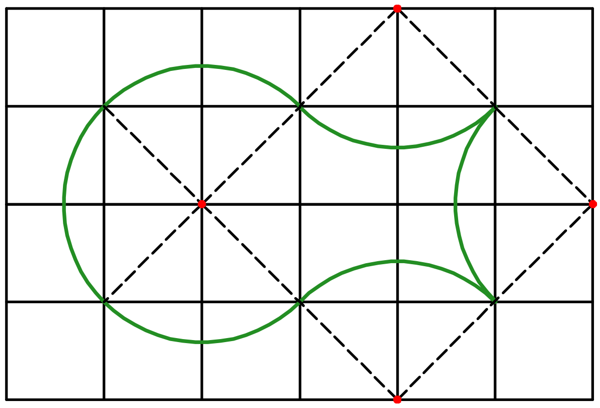
a) dem Inhalt einer Halbkreisfläche mit r = a abzüglich der Inhalte zweier Halbkreise mit $r = \frac{2}{7}a$

b) dem Inhalt einer Halbkreisfläche mit $r = \frac{3}{7}a$.

$$A = \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot a^2 - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot\left(\frac{2}{7}a\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot\left(\frac{3}{7}a\right)^2 = \frac{25}{49}\pi a^2$$

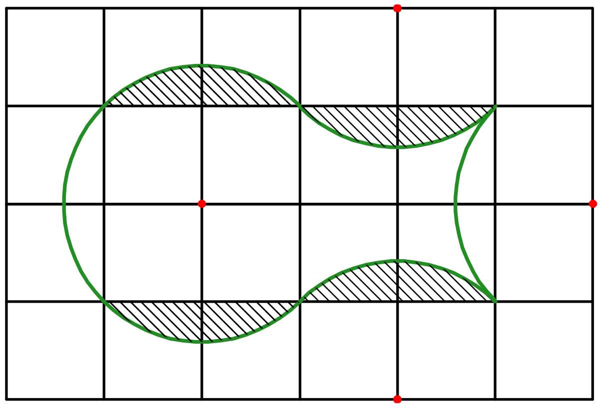
----

c) Der Umfang setzt sich aus sechs Kreisbögen mit $\alpha = 90°$ und $r = a\sqrt{2}$ zusammen.



$$U = 6 \cdot \frac{90°}{360°} \cdot 2\pi \cdot a\sqrt{2} = 3\pi a\sqrt{2}$$

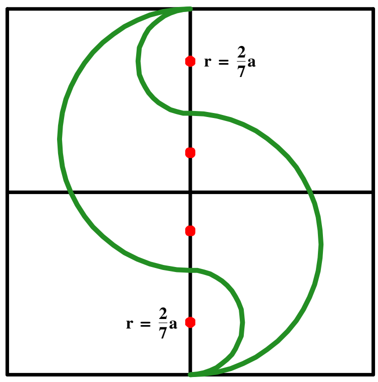
Der Flächeninhalt ist so groß wie der von acht Gitterquadraten.



$$A = 8a^2$$

---

d) Der Umfang setzt sich zusammen aus



a) zwei Halbkreisbögen mit $r = \frac{2}{7}a$

b) zwei Halbkreisbögen mit $r = (2a - 2 \cdot \frac{2}{7}a) : 2 = \frac{5}{7}a$.

$$U = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \frac{2}{7}a + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \frac{5}{7}a = 2\pi a$$

Der Flächeninhalt der Figur ergibt sich aus dem Inhalt zwei Halbkreise mit $r = \frac{5}{7}a$ abzüglich dem Inhalt zweier Halbkreise mit $r = \frac{2}{7}a$.

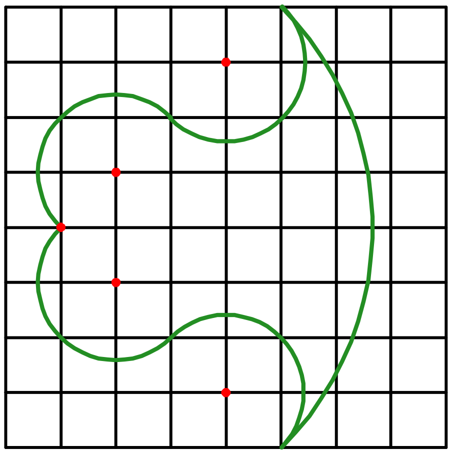
$$A = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (\frac{5}{7}a)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (\frac{2}{7}a)^2 = \frac{3}{7}\pi a^2$$

---

e) Der Umfang setzt sich zusammen aus

a) vier Halbkreisbögen mit $r = a\sqrt{2}$

b) einem Kreisbogen mit $\alpha = 90°$ und $r = 4 \cdot a\sqrt{2}$.



$$U = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot a\sqrt{2} + \frac{90°}{360°} \cdot 2\pi \cdot 4 \cdot a\sqrt{2} = 6\pi a\sqrt{2}$$

Der Flächeninhalt ist gleich dem der eines Kreissektors mit $\alpha = 90°$ undr $= 4 \cdot a\sqrt{2}$

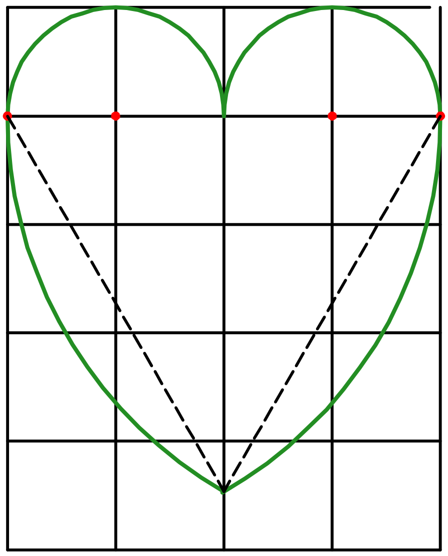
$$A = \frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot (4a\sqrt{2})^2 = 8\pi a^2$$

---

f) Der Umfang setzt sich zusammen aus

a) zwei Halbkreisbögen mit $r = a$

b) zwei Kreisbögen mit $\alpha = 60°$ und $r = 4a$.



$$U = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot a + 2 \cdot \frac{60°}{360°} \cdot 2\pi \cdot 4a = \frac{14}{3}\pi a$$

Die Flächeninhalt ergibt sich aus

a) dem Inhalt von zwei Halbkreisen mit $r = a$

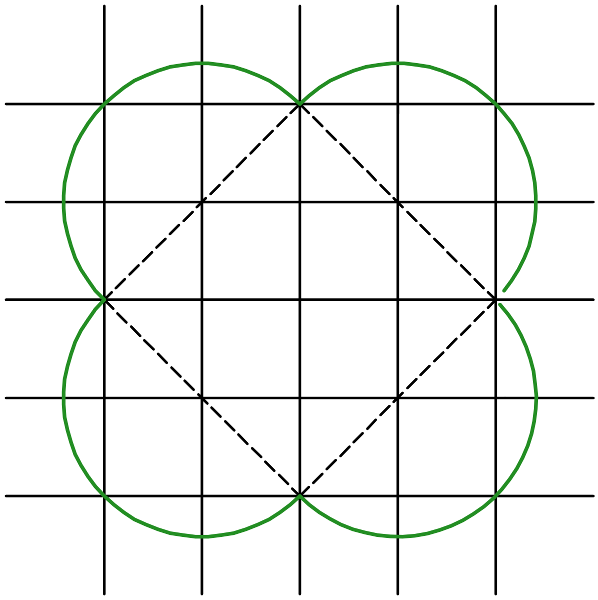
b) dem Inhalt zweier Kreissektoren mit $\alpha = 60°$ und $r = 4a$ abzüglich dem Flächeninhalt eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 4a.

$$A = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a^2 + 2 \cdot \frac{60°}{360°} \cdot \pi \cdot (4a)^2 - \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{19}{3} \cdot \pi \cdot a^2 - 4a^2\sqrt{3}$$

---

g) Der Umfang setzt sich aus vier Halbkreisbögen mit $r = a\sqrt{2}$ zusammen.

$$U = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot a\sqrt{2} = 4\pi a\sqrt{2}$$



Der Flächeninhalt ergibt sich aus

a) dem Flächeninhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge $2 \cdot a\sqrt{2}$

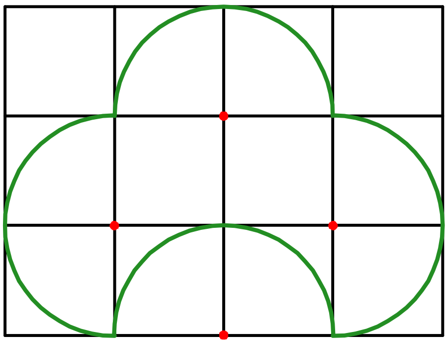
b) dem Flächeninhalt von 4 Halbkreisen mit $r = a\sqrt{2}$.

$$A = (2 \cdot a\sqrt{2})^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 = 8a^2 + 4\pi a^2 = 4a^2 \cdot (2 + \pi)$$

---

h) Der Umfang setzt sich aus vier Halbkreisbögen mit $r = a$ zusammen.

$$U = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot a = 4\pi a$$

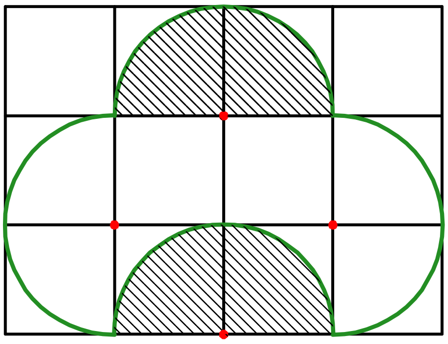


Die Flächeninhalt ergibt sich aus

a) dem Inhalt von zwei Halbkreisen mit $r = a$

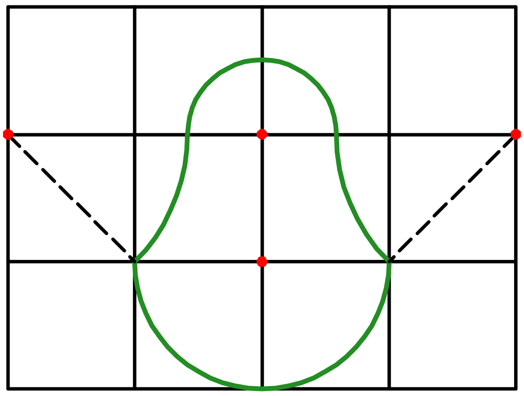
b) vier Quadraten mit der Seitenlänge a.

$$A = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a^2 + 4a^2 = \pi a^2 + 4a^2 = a^2 \cdot (\pi + 4)$$



---

i) Der Umfang setzt sich zusammen aus



a) einem Halbkreisbogen mit $r = a$

b) zwei Kreisbögen mit $\alpha = 45°$ und $r = a\sqrt{2}$

c) einem Halbkreisbogen mit $r = 2a - a\sqrt{2}$

$$U = \frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot a + 2\cdot\frac{45°}{360°}\cdot 2\pi\cdot a\sqrt{2} + \frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot(2a - a\sqrt{2}) = 3\pi a - \frac{1}{2}\pi a\sqrt{2}$$

Der Flächeninhalt der Figur ergibt sich aus

a) dem Inhalt einer Halbkreisfläche mit $r = a$

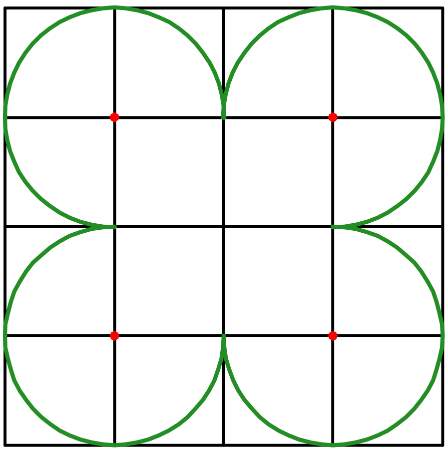
b) einer Trapezfläche mit dem Inhalt $3a^2$ abzühlich zweier Sektorflächen mit $\alpha = 45°$ undr $= a\sqrt{2}$

c) einer Halbkreisfläche mit $r = 2a - a\sqrt{2}$

$$A = \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot a^2 + 3a^2 - 2\cdot\frac{45°}{360°}\cdot\pi\cdot(a\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot(2a - a\sqrt{2})^2 = 3a^2 + 3\pi a^2 - 2\pi a^2\sqrt{2}$$

---

j) Der Umfang setzt sich aus vier Dreiviertelkreisbögen mit $r = a$ zusammen.



$$U = 4\cdot\frac{3}{4}\cdot 2\pi\cdot a = 6\pi a$$

Der Flächeinhalt ergibt sich aus

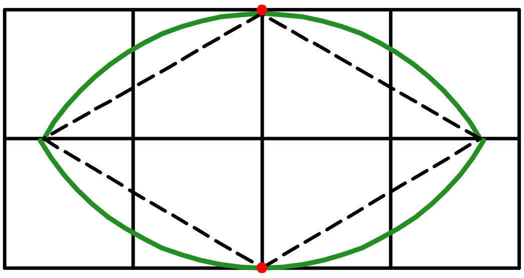
a) dem Inhalt von vier Dreiviertelkreisflächen mit $r = a$

b) dem Inhalt von vier Quadraten mit der Seitenlänge a.

$$A = 4\cdot\frac{3}{4}\cdot\pi\cdot a^2 + 4a^2 = 3\pi a^2 + 4a^2 = a^2\cdot(3\pi + 4)$$

---

k) Der Umfang setzt sich aus zwei Kreisbögen mit $\alpha = 120°$ und $r = 2a$ zusammen.



$$U = 2 \cdot \frac{120°}{360°} \cdot 2\pi \cdot 2a = \frac{8}{3}\pi a$$

Der Flächeninhalt ist gleich dem Inhalt zweier Kreissegmente.

Der Inhalt eines Kreisegments ist gleich dem eines Kreissektors $\alpha = 120°$ und $r = 2a$ abzüglich dem Inhalt eines Dreiecks mit der Grundlinie $2 \cdot a\sqrt{3}$ und der Höhe a.

$$A = 2 \cdot \left[\frac{120°}{360°} \cdot \pi \cdot (2a)^2 - \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot a \right] = \frac{8}{3}\pi a^2 - 2a^2\sqrt{3}$$

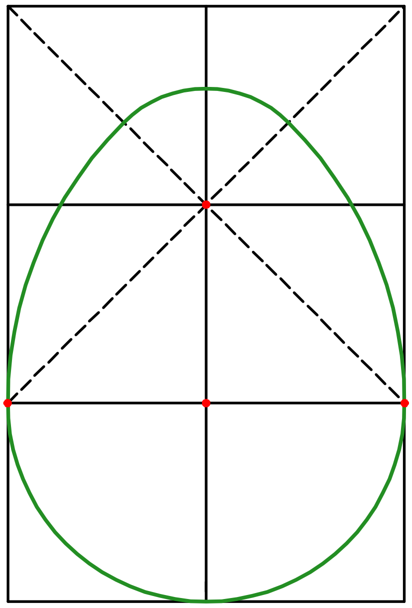
---

l) Der Umfang setzt sich zusammen aus

a) einem Halbkreisbogen mit $r = a$

b) zwei Kreisbögen mit $\alpha = 45°$ und $r = 2a$

c) einem Kreisbogen mit $\alpha = 90°$ und $r = 2a - a\sqrt{2}$.



$$U = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot a + 2 \cdot \frac{45°}{360°} \cdot 2\pi \cdot 2a + \frac{90°}{360°} \cdot 2\pi \cdot (2a - a\sqrt{2}) =$$

$$= 3\pi a - \frac{1}{2} a\sqrt{2}$$

Der Flächeninhalt der Figur ergibt sich aus

a) dem Inhalt einer Halbkreisfläche mit $r = a$

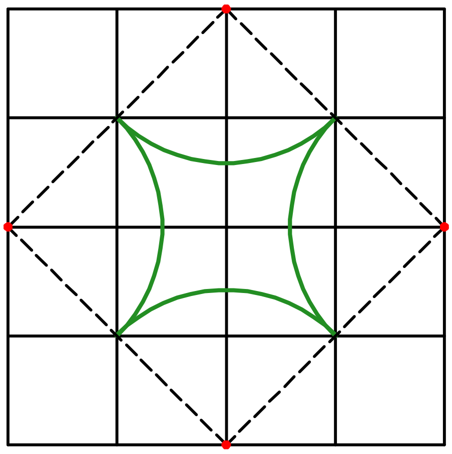
b) dem Inhalt zweier Sektoren mit $\alpha = 45°$ und $r = 2a$ abzüglich dem Inhalt eines Dreiecks mit dem Inhalt a^2

c) dem Inhalt eines Viertelkreises mit $r = 2a - a\sqrt{2}$

$$A = \frac{1}{2}\pi \cdot a^2 + 2 \cdot \frac{45°}{360°} \cdot \pi \cdot (2a)^2 - a^2 + \frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot (2a - a\sqrt{2})^2 = 3\pi a^2 - \pi a^2\sqrt{2}$$

---

m) Der Umfang setzt sich aus vier Viertelkreisbögen mit $r = a\sqrt{2}$ zusammen.



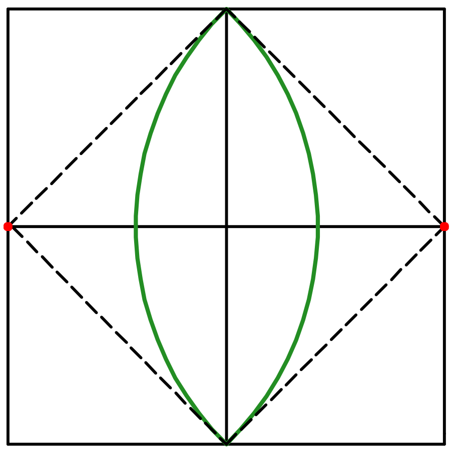
$$U = 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot a\sqrt{2} = 2\pi a\sqrt{2}$$

Der Flächeninhalt ist gleich dem eines Quadrats mit der Seitenlänge $2 \cdot a\sqrt{2}$ abzüglich dem Inhalt von vier Sektorflächen mit $\alpha = 90°$ und $r = a\sqrt{2}$.

$$A = (2 \cdot a\sqrt{2})^2 - 4 \cdot \frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 = 8a^2 - 2\pi a^2 = 2a^2 \cdot (4 - \pi)$$

---

n) Der Umfang setzt sich aus zwei Kreisböögen mit $\alpha = 90°$ und $r = a\sqrt{2}$ zusammen.



$$U = 2 \cdot \frac{90°}{360°} \cdot 2\pi \cdot a\sqrt{2} = \pi \cdot a\sqrt{2}$$

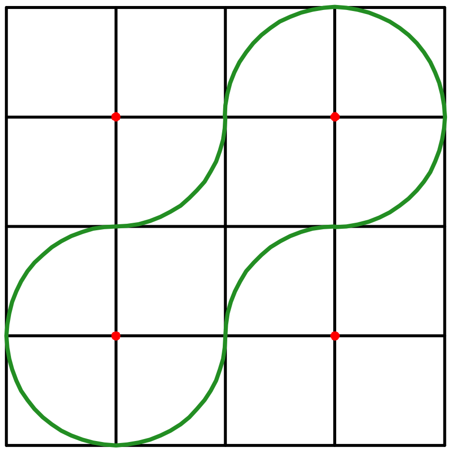
Der Flächeninhalt ist gleich dem Inhalt zweier Kreissegmente.

Der Inhalt eines Kreisegments ist gleich dem eines Kreissektors $\alpha = 90°$ und $r = a\sqrt{2}$ abzüglich dem Inhalt eines Dreiecks mit dem Inhalt a^2.

$$A = 2 \cdot \left[\frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 - a^2 \right] = \pi a^2 - 2a^2 = a^2 \cdot (\pi - 2)$$

---

o) Der Umfang setzt sich aus 8 Viertelkreisbögen mit $r = a$ zusammen.



$$U = 8 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot a = 4\pi a.$$

Die Flächeinhalt ergibt sich aus

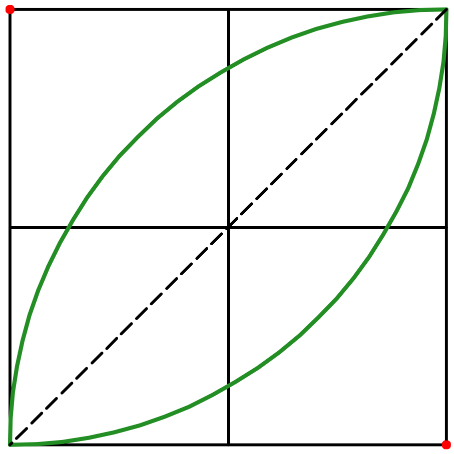
a) dem Inhalt von zwei Dreiviertelkreisflächen mit $r = a$

b) dem Inhalt vier Quadraten mit der Seitenlänge a abzüglich dem Inhalt von zwei Sektoren mit $\alpha = 90°$ und $r = a$.

$$A = 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot a^2 + 4a^2 - 2 \cdot \frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot a^2 = \pi \cdot a^2 + 4a^2 = a^2 \cdot (\pi + 4)$$

---

p) Der Umfang setzt sich aus zwei Viertelkreisbögen mit $r = 2a$ zusammen.



$$U = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 2a = 2\pi a$$

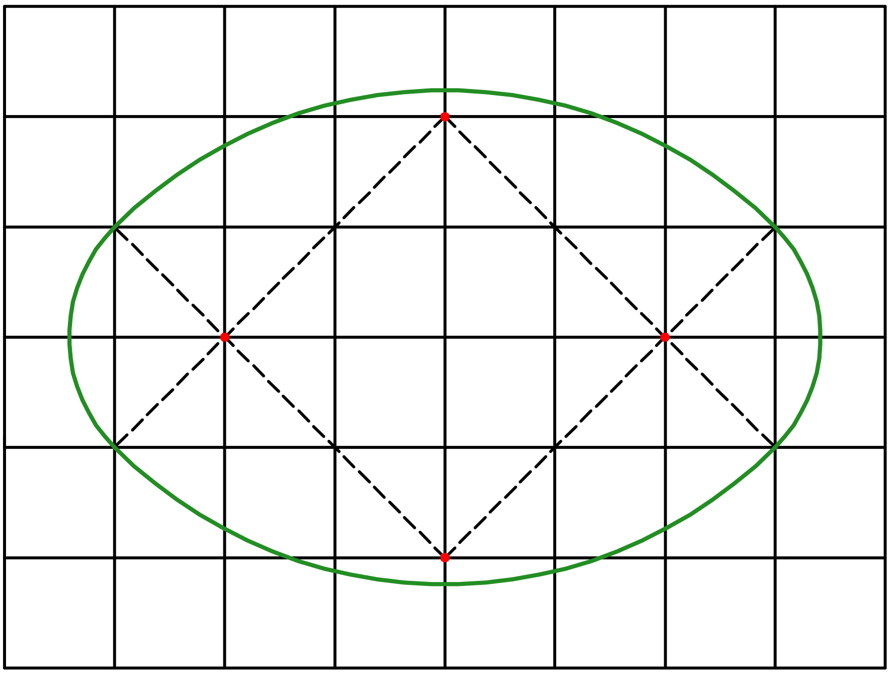
Der Flächeninhalt ist gleich Inhalten zweier Kreissegmente.

Ein Kreisegment hat den Inhalt eines Viertelkreises abzüglich dem Inhalt eines gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecks mit der Kathetenlänge 2a.

$$A = 2 \cdot \left[\frac{1}{4} \pi \cdot (2a)^2 - \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \right] = 2\pi a^2 - 2a^2 = 2a^2 \cdot (\pi - 2)$$

---

q)



Der Umfang der Figur setzt sich zusammen aus

a) zwei Viertelkreisbögen mit $r = a\sqrt{2}$

b) zwei Viertelkreisbögen mit $r = 3 \cdot a\sqrt{2}$

$$U = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot a\sqrt{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 3a\sqrt{2} = 4\pi a\sqrt{2}$$

Der Flächeninhalt der Figur besteht aus

a) dem Inhalt von zwei Kreissektoren mit $\alpha = 90°$ und $r = a\sqrt{2}$

b) dem Inhalt von zwei Kreissektoren mit $\alpha = 90°$ und $r = 3 \cdot a\sqrt{2}$ bzüglich dem Flächeninhalt eines Quadrats mit $r = 2 \cdot a\sqrt{2}$.

$$A = 2 \cdot \frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot (3 \cdot a\sqrt{2})^2 - (2 \cdot a\sqrt{2})^2 = \frac{11}{2}\pi a^2 - 8a^2$$

---

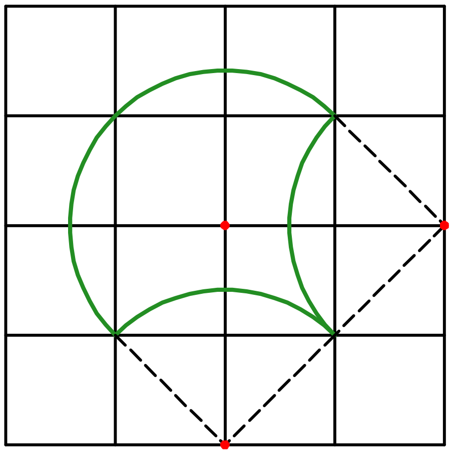
r) Der Umfang setzt sich zusammen aus

a) einem Halbkreisbogen mit $r = a\sqrt{2}$

b) zwei Viertelkreisbögen mit $r = a\sqrt{2}$

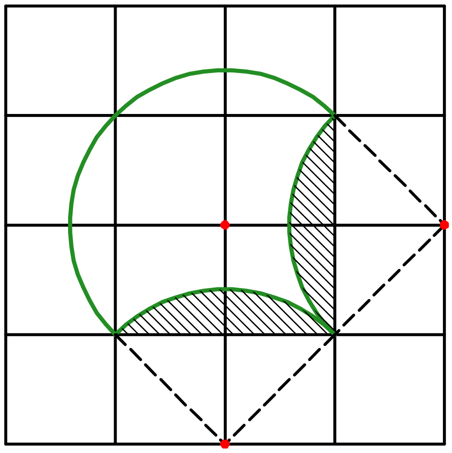
Also ist der Umfang gleich dem eines Kreises mit $r = a\sqrt{2}$.

$U = 2\pi \cdot a\sqrt{2}$



Der Inhalt der Figur ist gleich dem Inhalt von vier Quadraten mit der Seitenlänge a.

$A = 4a^2$



---

s) Der Umfang setzt sich aus 8 Viertelkreisbögen mit $r = a$ zusammen.

$U = 8 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot a = 4\pi a$

Die Flächeninhalt ist gleich dem von 12 Quadraten mit der Seitenlänge a abzüglich 8 Sektorflächen $\alpha = 90°$ und $r = a$.

$A = 12a^2 - 8 \cdot \frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot a^2 = 12a^2 - 2\pi a^2 = 2a^2 \cdot (6 - \pi)$