

Bei der neuen Fernsehshow "Insel-Camp" nehmen 7 Frauen und 7 Männer als Kandidaten teil.

1. Für die Fahrt zur Insel stehen drei Boote zur Verfügung, eines für 8, eines für 4 und eines für 2 Personen.

- a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die 14 Kandidaten so aufzuteilen, dass jedes der drei Boote voll besetzt ist ?
- b) Die Zuschauer haben aus den Kandidaten Judith für das 8er-Boot, Sabine für das 4er-Boot und Laura für das 2er-Boot als Bootsführer bestimmt.

Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die drei Bootsmannschaften für die gemeinsame Fahrt zur Insel zu vervollständigen, wenn in jedem Boot gleich viele Männer und Frauen sitzen sollen ?

2. Beim Spiel "Schatzsuche" muss ein Kandidat abgesperrte Truhen öffnen. Bei jeder Truhe stehen dafür 6 sehr ähnliche, aber dennoch verschiedene Schlüssel zur Auswahl, von denen 4 nicht zum Schloss passen.

Mit jedem einzelnen der beiden anderen Schlüssel lässt sich das Schloss entriegeln. Pro Truhe darf der Kandidat 2 verschiedene Schlüssel ausprobieren, die er zufällig auswählt.

- a) Bestätigen Sie mit Hilfe eines Baumdiagramms, dass bei einer Truhe die W'keit für das Öffnen 60% beträgt.
- b) Wie viele Truhen müssen in diesem Spiel mindestens zur Verfügung gestellt werden, damit mit einer W'keit von mehr als 99,9% wenigstens eine Truhe geöffnet wird ?
- c) Bestimmen Sie die W'keit folgender EReignisse :

A : Von 15 Truhen werden genau 7 geöffnet

B : Von 15 Truhen werden mehr als 10 geöffnet

3. Beim Spiel "Perlentauchen" darf ein Kandidat eine von 300 Muscheln öffnen.

55% der Muscheln sind außen golden gefärbt, der Rest ist außen schwarz. In 24% aller Muscheln ist eine Perle enthalten, die übrigen sind leer. 32% der Muscheln sind weder goldfarben, noch enthalten sie eine Perle.

- a) Wie viele goldfarbene Muscheln enthalten keine Perle ?
- b) Eine Muschel wird zufällig ausgewählt.

Untersuchen Sie, ob die Ereignisse "goldfarben" und "enthält Perle" stochastisch unabhängig sind.

c) Ist es für Kandidaten aussichtsreicher, eine goldene oder eine Schwarze Muschel zu öffnen, um eine Perle zu finden ?

Begründen Sie ihre Antwort durch Rechnung.

4. Der Produzent will eine Fortsetzung der Fernsehshow nur dann finanzieren, wenn mehr als 75% der "Insel-Camp"-Zuschauer dies Befürworten. Die Entscheidung für oder gegen eine Fortsetzung soll mit Hilfe einer Umfrage unter 200 zufällig ausgewählten Zuschauern dieser Sendung gefällt werden. Die W'keit, dass die Sendung irrtümlich fortgesetzt wird, soll höchstens 5% betragen.

Geben Sie die zugehörige Entscheidungsregel an, bei der zugleich die W'keit für ein irrtümliches Absetzen möglichst klein ist.

Lösung

1. a) Es gibt $\binom{14}{8} \cdot \binom{6}{4} \cdot \binom{2}{2}$ Möglichkeiten.

b) Es gibt $\binom{4}{3} \cdot \binom{7}{4} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{3}{2}$ Möglichkeiten.

2. a) $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 60\%$

b) $P(X \geq 1) > 0,999 \Leftrightarrow P(X=0) < 0,001 \Leftrightarrow 0,4^n < 0,001 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,001}{\ln 0,4}$

c) $P(A) = P(X=7) = B(15; 7; 0,6) = \binom{15}{7} \cdot 0,6^7 \cdot 0,4^8 \approx$

$P(B) = P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F_{0,6}^{15}(10) \approx$

3. a)

| | | | |
|-----------|------|-----------|------|
| | G | \bar{G} | |
| P | 0,11 | 0,13 | 0,24 |
| \bar{P} | 0,44 | 0,32 | 0,76 |
| | 0,55 | 0,45 | 1 |

$$\frac{4}{5} \cdot 0,55 \cdot 300 = 132$$

b) $P(G \cap P) = 0,11$

$$P(G) \cdot P(P) = 0,55 \cdot 0,24 = 0,132$$

G und P sind voneinander abhängig.

$$c) \frac{0,13}{0,45} = \frac{13}{45} > \frac{1}{5} \text{ und } \frac{0,11}{0,55} = \frac{1}{5}$$

Es ist aussichtreicher eine schwarze Muschel zu öffnen.

$$4. H_0 : p \leq p_0 = 0,75$$

$$H_1 : p > p_0 = 0,75$$

$$\mathbb{A} = \{0, \dots, k\} \text{ und } \bar{\mathbb{A}} = \{k+1, \dots, 200\}$$

Bedingung : $\alpha = P(X \in \bar{\mathbb{A}}) \leq 0,05$ ergibt $k = 160$.

Nur wenn mehr als 160 Zuschauer die Sendung befürworten, wird sie nicht abgesetzt.
