

In einem Supermarkt werden Joghurtbecher angeboten. Die Lieferung der Becher erfolgt auf Paletten zu je 200 Stück. Langjährige Erfahrung zeigt :

Ein Becher wird mit einer W'keit von 85 % zum regulären Preis verkauft.

Die W'keit, dass ein Becher bis zum Ablauf des Mindesthaltbarkeitsdatums nicht verkauft werden kann und danach zu einem Sonderpreis angeboten werden muss, ist 10 %.

Die W'keit, dass ein Becher beschädigt und somit unverkäuflich ist, beträgt 5 %.

1. Wie groß ist die W'keit dafür, dass von einer Palette mehr als 175 Becher regulär verkauft werden ?

2. Bestimmen Sie die kleinste Anzahl von Paletten, so dass sich darunter mit einer W'keit von mehr als 98 % wenigstens eine Palette befindet, von der höchstens 6 Becher wegen Beschädigung unverkäuflich sind.

3. Unter 40 Joghurtbechern befinden sich genau 4 beschädigte. Die Becher stehen in rein zufälliger Anordnung in 4 Reihen zu je 10 Bechern in einem Regal.

a) Mit welcher W'keit befinden sich alle beschädigten Becher in der hintersten Reihe ?

b) Mit welcher W'keit befindet sich in jeder Reihe genau ein beschädigter Becher ?

4. Die beschädigten Becher weisen ausschließlich folgende Schäden auf:

E : Aludeckel eingedrückt oder G : Becher gebrochen

Der Schaden E tritt bei 4 % aller Becher, der Schaden G bei 40 % der beschädigten Becher auf.

a) Ermitteln Sie, ob die Schäden E und G unabhängig voneinander

b) Mit welcher W'keit ist ein Becher, dessen Deckel eingedrückt ist, gebrochen ?

5. Bei einem regulär verkauften Becher beträgt die Differenz aus Verkaufs und Einkaufspreis 22 Cent. Diejenigen Becher, die bis zum Ablauf des Mindesthaltbarkeitsdatums nicht verkauft werden konnten, werden für die Hälfte des ursprünglichen Verkaufspreises angeboten. Von diesen können dann erfahrungsgemäß 60% doch noch verkauft werden.

Für die Beseitigung der Becher, die wegen Beschädigung oder wegen Ablaufs des Mindesthaltbarkeitsdatums unverkäuflich sind, fallen keine zusätzlichen Entsorgungsgebühren an.

Aus diesen Informationen errechnet sich für den Supermarkt im Mittel ein Gewinn von 11,2 Cent pro Becher. Berechnen Sie den Einkaufspreis eines Bechers.

6. Der Supermarkt bezieht pro Jahr 50 Paletten Joghurtbecher.

Schätzen Sie mit Hilfe der Tschebyschow-Ungleichung die W'keit dafür ab, dass der Anteil der in einem Jahr regulär verkauften Joghurts von dem langjährigen Erfahrungswert 0,85 um weniger als 0,01 abweicht.

7. Der Supermarkt will seine Joghurtbecher von einer anderen Firma beziehen und erwartet dadurch weniger Beschädigungen.

Die Nullhypothese :

Die neuen Becher sind mindestens so anfällig gegen Beschädigungen wie die alten

soll auf der Basis von 1000 Joghurtbechem und dem Signifikanzniveau 5 % getestet werden.

Bestimmen Sie mit Hilfe der Normalverteilung als Näherung die Entscheidungsregel.

Lösung

1. $P(X > 175) = 1 - P(X \leq 175) = 1 - F_{0,85}^{200}(175) = 1 - 0,86318 \approx 13,7\%$

2. $P(X \leq 6) = F_{0,05}^{200}(6) = 0,12374$

Bedingung : $P(X_1 \geq 1) > 0,98 \Leftrightarrow P(X_1 = 0) < 0,02 \Leftrightarrow B(n; 0,13682; 0) < 0,02$

$(1 - 0,12374)^n < 0,02 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,02}{\ln 0,87626} \Rightarrow n \geq 30$

3. a) 1. $|\Omega| = \binom{40}{4} = \frac{40!}{4!36!} = 91390$

2. $|A| = \frac{10!}{4!6!} = 210$

3. $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = 0,23\%$

b) 2. $|B| = \frac{10!}{9!1!} \cdot \frac{10!}{9!1!} \cdot \frac{10!}{9!1!} \cdot \frac{10!}{9!1!}$

$P(B) = \frac{10^4}{91390} \approx 10,9\%$

4. Gegeben : $P(E) = 0,04$, $P(G|B) = 0,4$

$P(G) = P(G|B) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,05 = 0,02$

$$P(G \cap E) = 0,01$$

$$P(G) \cdot P(E) = 0,04 \cdot 0,02 = 0,0008$$

G und E sind voneinander anhängig.

5. Einkaufspreis : x Verkaufspreis : $x + 22$

$$2 \cdot 0,85 + 0,6 \cdot 0,1 \cdot \left(11 - \frac{x}{2}\right) + 0,4 \cdot 0,1 \cdot (-x) + 0,05 \cdot (-x) = 11,2 \Rightarrow x = 68$$

$$6. P\left(\left|H_n(X) - 0,85\right| < 0,01\right) \geq 1 - \frac{0,85 \cdot 0,15}{10000 \cdot 0,01^2} = 87,25\%$$

7. Nullhypothese : $p \geq p_0 = 0,05$

Gegenhypothese : $p < p_0 = 0,05$

Annahmebereich : $\mathbb{A} = \{k + 1; 1000\}$ Ablehnungsbereich : $\bar{\mathbb{A}} = \{0; \dots; k\}$

Bedingung : $\alpha = P(X \in \bar{\mathbb{A}}) \leq 0,05 \Leftrightarrow P(X \leq k) \leq 0,05$

$$\Phi\left(\frac{k - 50 + 0,5}{\sqrt{1000 \cdot 0,05 \cdot 0,95}}\right) \leq 0,05 \Rightarrow \frac{k - 49,5}{\sqrt{47,5}} \leq \Phi^{-1}(0,05) \Rightarrow k \leq 38$$

$$\Rightarrow \frac{k - 49,5}{\sqrt{47,5}} \geq 1,6449 \Rightarrow k \geq 61$$

$\mathbb{A} = \{39; \dots; 1000\}$ und $\bar{\mathbb{A}} = \{0; \dots; 38\}$
