

1. Ein Ferienhotel hat 4 Stockwerke mit je 40 Zimmern. Jedes Stockwerk besteht aus zwei einander gegenüberliegenden Zimmerreihen mit je 20 Zimmern.

a) Ein Kegelerverein möchte 6 nebeneinander liegende Zimmer mieten.

Wie viele Möglichkeiten gibt es, diesen Wunsch zu erfüllen, wenn Hotel noch alle 160 Zimmer frei sind ?

b) Vier Ehepaare bestellen jeweils ein Zimmer. Diese werden ihnen zufällig zugewiesen.

Mit welcher W'keit sind alle vier Zimmer im gleichen Stockwerk, wenn bis dahin nur sechs Zimmer im 4. Stockwerk vergeben sind ?

2. 11 % aller Buchungen werden üblicherweise nicht wahrgenommen. Deshalb nimmt der Manager des Hotels 170 Buchungen für die 160 Zimmer an.

Mit welcher W'keit bekommt er Ärger durch Überbuchung ?

Rechnen Sie mit der Normalverteilung als Näherung.

3. Im Hotelrestaurant bestellen die Gäste mit einer W'keit von 30% das Tagesmenü.

a) Wie viele Gäste müssen das Hotelrestaurant mindestens besuchen, damit mit einer W'keit von mehr als 99% wenigstens einer dieser Gäste das Tagesmenü bestellt ?

Aus langjähriger Erfahrung weiß man, dass 10% der Gäste, die das Tagesmenü bestellen, und 70 % der übrigen Gäste das Essen mit einem Kaffee abschließen.

b) Bestimmen Sie die W'keit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Gast keinen Kaffee trinkt.

c) Mit welcher W'keit trinken von 100 Gästen, die das Tagesmenü bestellen, mindestens drei mehr als erwartet einen Kaffee ?

4. Der Anteil der Hausgäste unter den Restaurantbesuchern sei p . Für welchen Wert von p ist die W'keit dafür, dass unter vier zufällig ausgewählten Restaurantbesuchern ein oder zwei Hausgäste sind, maximal ?

(Rechnen Sie wie beim "Ziehen mit Zurücklegen".)

5. Ein Kellner weiß aus langjähriger Erfahrung, dass die Gäste unabhängig voneinander im Mittel 5 € Trinkgeld pro Abrechnung geben, wobei die Zufallsgröße

T : Trinkgeld pro Abrechnung

eine Standardabweichung von 1,50 € besitzt. An einem Abend werden 120 Abrechnungen gezahlt.

Schätzen Sie mit der Ungleichung von Tschebyschow die W'keit ab, mit der das Trinkgeld an diesem Abend zwischen 570 € und 630 € liegt.

6. Wenn mindestens 4 % der Gäste mit dem Service unzufrieden sind, sollen Sonderschulungen für das Personal abgehalten werden.

200 Gäste werden zufällig ausgewählt und befragt.

Bei welcher Entscheidungsregel wird die Nullhypothese

H_0 : Mindestens 4 % der Gäste sind unzufrieden

mit einer W'keit von höchstens 5% irrtümlich abgelehnt ?

Lösung

1. a) Es gibt $\binom{4}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot 15 = 120$ Möglichkeiten.

$$\text{b) 1. } |\Omega| = \binom{154}{6} \quad \text{2. } |E| = 3 \cdot \binom{40}{4} + \binom{34}{4} \quad \text{3. } P(E) = \frac{3 \cdot \binom{40}{4} + \binom{34}{4}}{\binom{154}{4}} \approx 1,4\%$$

2. $E(X) = 0,89 \cdot 170 = 151,3$ $\text{Var}(X) = 16,443$

$$P(X > 160) = 1 - P(X \leq 160) = 1 - \Phi\left(\frac{160 - 151,3 + 0,5}{\sqrt{16,643}}\right) = 1 - \Phi(2,26) \approx 1,2\%$$

3. a) $P(X \geq 1) > 0,99 \Leftrightarrow 1 - P(X = 0) > 0,99 \Leftrightarrow P(X = 0) < 0,01$

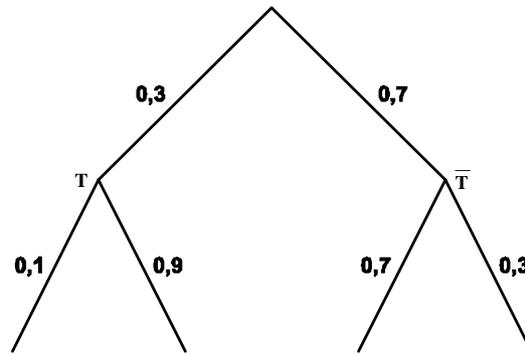
$$0,7^n < 0,01 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,7} \Leftrightarrow n > 12,9$$

Es müssen mindestens 13 Gäste das Restaurant besuchen.

b) T : Der Gast bestellt das Tagesmenü K : Der Gast trinkt einen Kaffee

$$\text{Gegeben : } P(K | T) = 0,1 \quad P(K | \bar{T}) = 0,7$$

Baum :



$$P(\bar{K}) = P(\bar{K} | T) \cdot P(T) + P(\bar{K} | \bar{T}) \cdot P(\bar{T}) = 0,3 \cdot 0,9 + 0,7 \cdot 0,3 = 0,48$$

$$c) \mu = 0,1 \cdot 100 = 10$$

$$P(X \geq 13) = 1 - P(X \leq 12) = 1 - F_{0,1}^{100}(12) \approx 19,8\%$$

$$4. P(1 \leq X \leq 2) = \binom{4}{1} \cdot p(1-p)^3 + \binom{4}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^2 = p \cdot (1-p)^2 \cdot [4 \cdot (1-p) + 6p] =$$

$$= (1-p)^2 \cdot (4p + 2p^2)$$

Extremwertbestimmung :

$$P'(1 \leq X \leq 2) = 2 \cdot (1-p) \cdot (-1) \cdot (4p + 2p^2) + (1-p)^2 \cdot (4 + 4p) = 0 \Leftrightarrow$$

$$4 \cdot (1-p) \cdot \left[-2p - p^2 + (1-p)(1+p) \right] = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot (1-p) \cdot (-2p^2 - 2p + 1) = 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1) \approx 36,6\%$$

5. T_i : Trinkgeld pro Abrechnung

$$T = T_1 + T_2 + \dots + T_n$$

$$\text{mit } n = 120 \text{ und } E(T) = 120 \cdot 5 = 600 \text{ und } \text{Var}(T) = 120 \cdot 1,5^2 = 270$$

$$\text{Benötigte Ungleichung : } P\left(\left|X - \mu\right| \leq \varepsilon\right) > 1 - \frac{\text{Var}(X)}{\varepsilon^2}$$

$$P\left(\left|T - 600\right| \leq 30\right) > 1 - \frac{270}{30^2} = 70\%$$

6. Nullhypothese $H_0: p \geq p_0 = 0,04$

Gegenhypothese $H_1: p < p_0 = 0,04$

Annahmereich : $\mathbb{A} = \{k+1; \dots; 200\}$

Ablehnungsbereich : $\bar{\mathbb{A}} = \{0; \dots; k\}$

Bedingung : $\alpha = P(X \in \bar{\mathbb{A}}) \leq 0,05 \Leftrightarrow P(X \leq k) = F_{0,4}^{200}(k) \leq 0,05 \Rightarrow k = 3$

Wenn weniger als 4 Gäste unzufrieden sind kann die Nullhypothese mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% abgelehnt werden.
