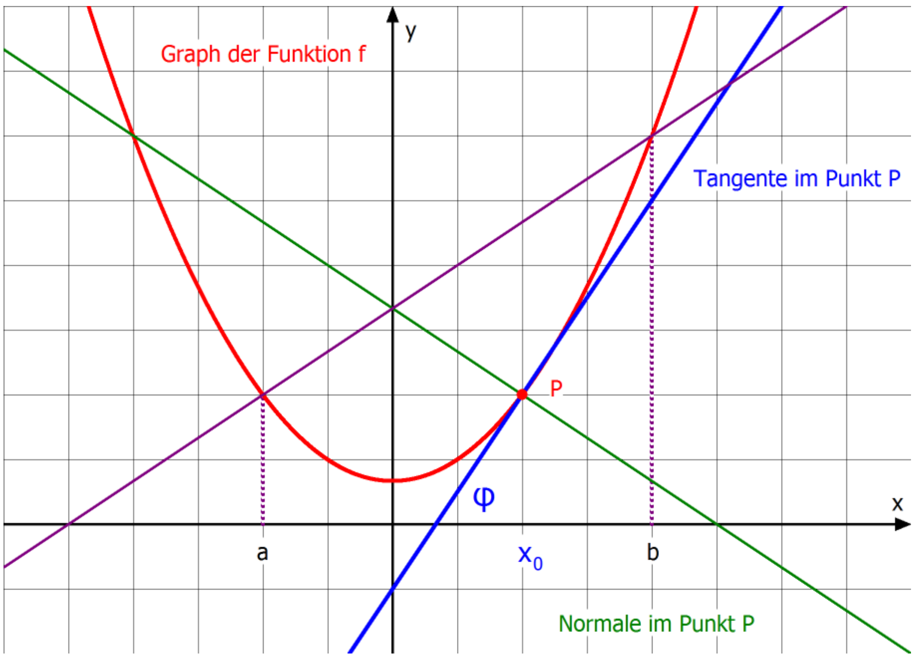
Mittlere Änderungsrate und Ableitung, Tangente und Normale
==



Mittlere Änderungsrate der Funktion f im Intervall [a; b]

$$\boxed{m_S = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}}$$

Lokale Änderungsrate Ableitung der Funktion f an der Stelle x_0

$$\boxed{m_T = f'(x_0) = \tan\varphi}$$

Gleichung der Tangente im Punkt $P\left(x_0 \mid f(x_0)\right)$

$$\boxed{y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)}$$

Gleichung der Normale im Punkt $P\left(x_0 \mid f(x_0)\right)$

$$\boxed{y = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0) + f(x_0)}$$

Ableitungsregeln

==

Faktorregel: $\boxed{\left(k \cdot f(x)\right)' = k \cdot f'(x)}$

Summenregel: $\boxed{\left(u(x) + v(x)\right)' = u'(x) + v'(x)}$

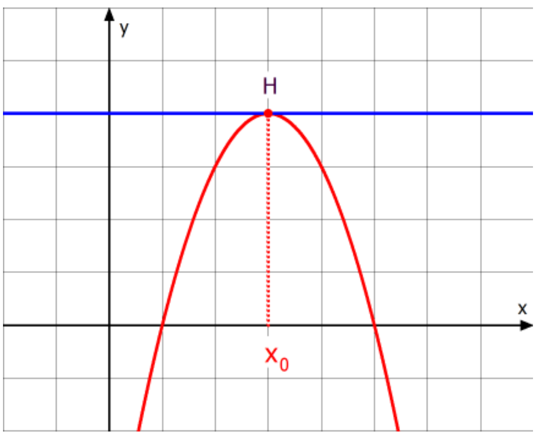
Produktregel: $\boxed{\left(u(x) \cdot v(x)\right)' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)}$

Quotientenregel: $\boxed{\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[u(x)]^2}}$

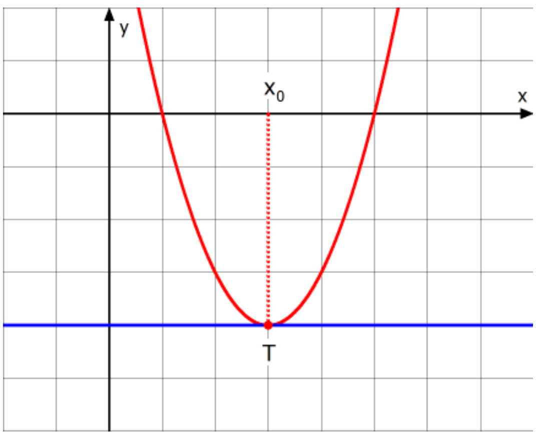
Kettenregel: $\boxed{\left[f\left(g(x)\right)\right]' = f'\left(g(x)\right) \cdot g'(x)}$

Ableitungsfunktion, Krümmung, Extrema und Wendepunkte

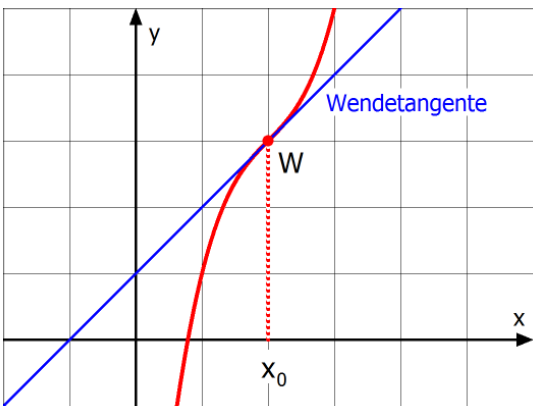
==

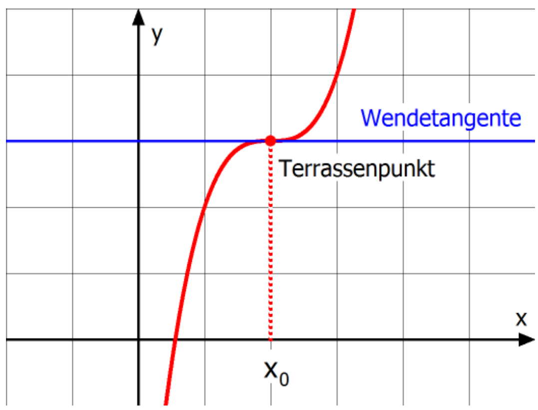


$\boxed{f'(x_0) = 0}$ und $\boxed{f''(x_0) < 0}$

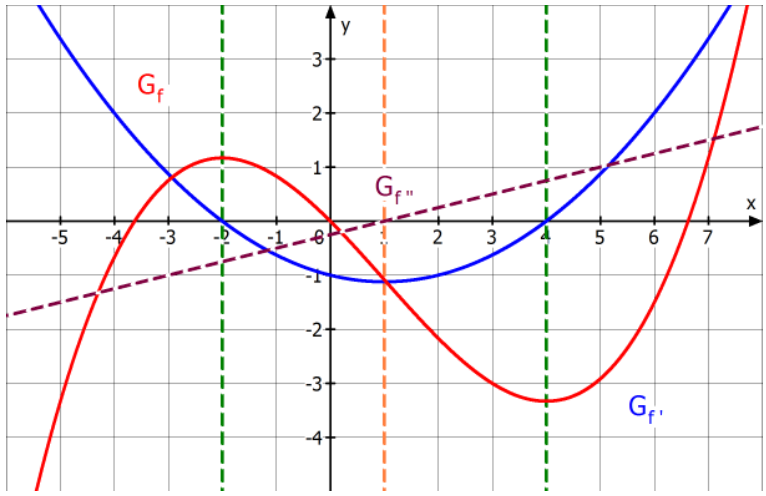


$\boxed{f'(x_0) = 0}$ und $\boxed{f''(x_0) > 0}$

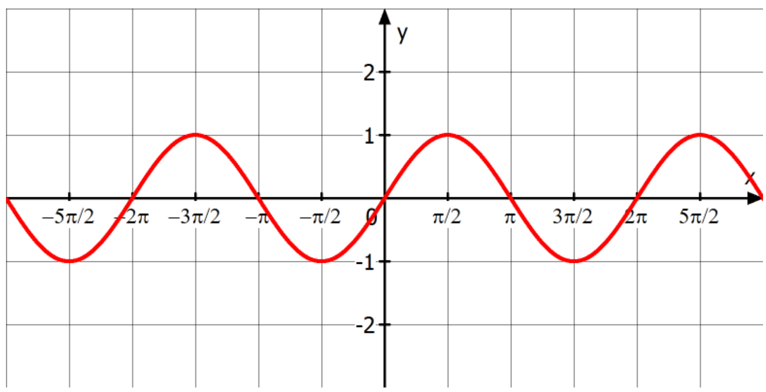




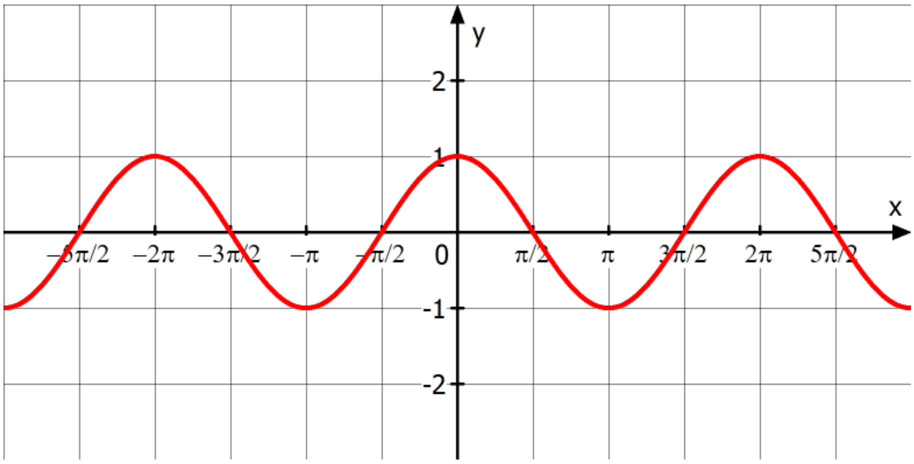
$f''(x_0) = 0$ und $f'''(x_0) \neq 0$ $\qquad$ $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) = 0$ und $f'''(x_0) \neq 0$



Sinus- und Cosinusfunktion

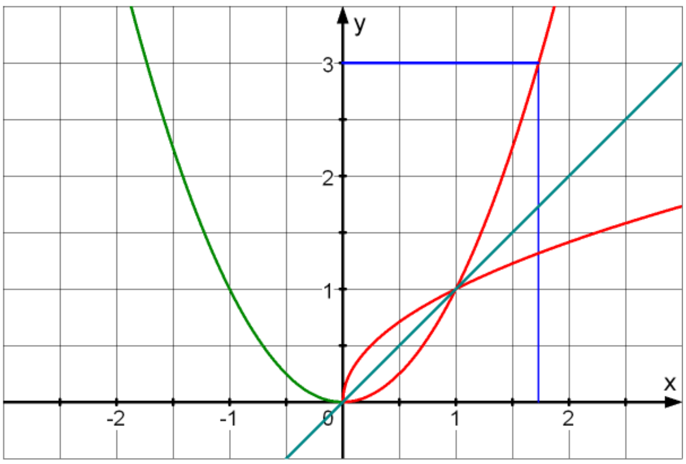


$$\boxed{(\sin x)' = \cos x}$$



$$\boxed{(\cos x)' = -\sin x}$$

Die Umkehrung einer Funktion
==



Eine Funktion $f : x \rightarrow y = f(x)$

mit der Definitionsmenge D_f und der Wertemenge W_f heißt umkehrbar,

wenn es jedem $y \in W_f$ genau ein $x \in D_f$ mit $f(x) = y$ zuordnen lässt.

Die Zuordnung $f^{-1} : y \rightarrow f^{-1}(y) = x$

heißt die die ***umgekehrte Zuordnung*** von f. Dabei gilt $D_{f^{-1}} = W_f$ und $W_{f^{-1}} = D_f$.

Bezeichnet man die unabhängige Variable y der Umkehrfunktion mit x und die abhängige Variable x mit y, dann erhält man die ***Umkehrfunktion*** $f^{-1} : y \rightarrow f^{-1}(y) = x$ von f.

Den Graphen der Umkehrfunktion von f^{-1} erhält man dann aus dem Graphen von f durch Spiegelung an der Winkelhalbierenden des 1. und 3. Quadranten.

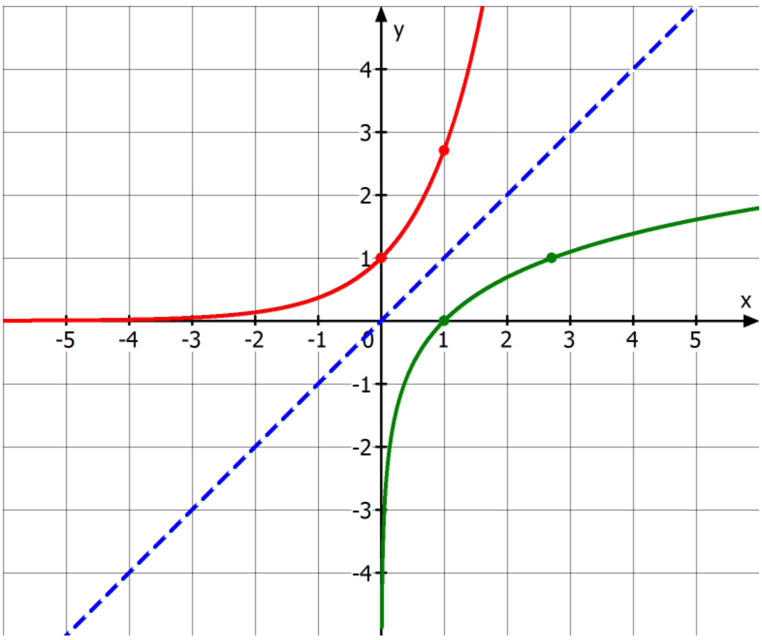
Die Funktionsgleichung der Umkehrfunktion

$y = f^{-1}(x)$

erhält durch Auflösen der Funktionsgleichung von f nach x und anschließendem Variablentausch.

Ist eine Funktion f streng monoton, dann ist sie auch umkehrbar.

Exponential- und Logarithmusfunktion
===



	Exponentialfunktion	**Logarithmusfunktion**
Definitionsmenge	$D = \mathbb{R}$	$D = \mathbb{R}^+$
Wertemenge	$W = \mathbb{R}^+$	$W = \mathbb{R}$
Grenzwerte	$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$	$\lim\limits_{x \to 0+0} \ln x = -\infty$
	$\lim\limits_{x \to \infty} e^x = \infty$	$\lim\limits_{x \to \infty} \ln x = \infty$
besondere Graphenpunkte	$(0 \mid 1)$ und $(1 \mid e)$	$(1 \mid 0)$ und $(e \mid 1)$
Ableitung	$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$\boxed{e^{\ln x} = x}$ und $\boxed{\ln(e^x) = x}$

Funktionsgleichungen

$$e^a \cdot e^b = e^{a+b}$$

$$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$$

$$(e^r)^s = e^{r \cdot s}$$

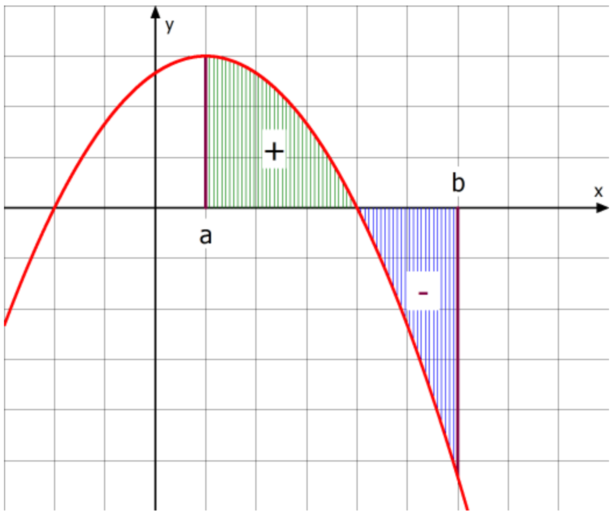
$$\ln a + \ln b = \ln(a \cdot b)$$

$$\ln a - \ln b = \ln\frac{a}{b}$$

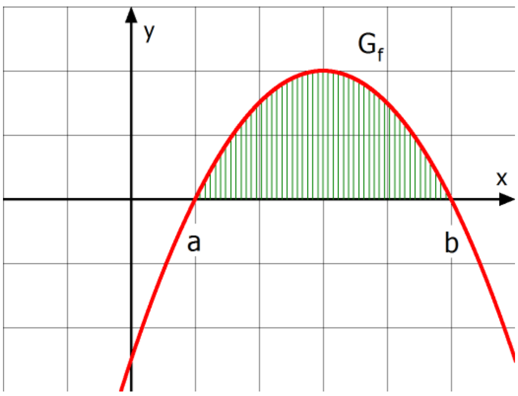
$$\ln a^r = r \cdot \ln a$$

Integral und Flächeninhalt

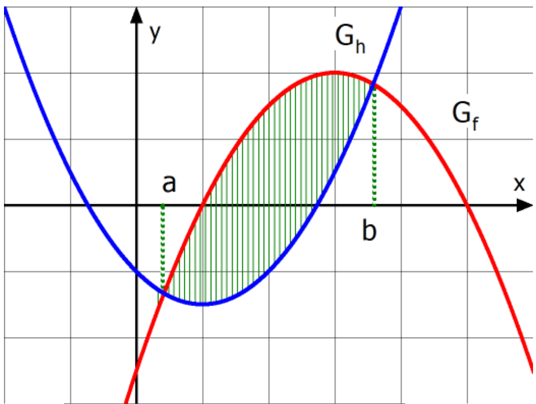
==



$$\int_a^b f(x)dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$$



$$A = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$$



$$A = \left|\int_a^b [f(x) - g(x)]dx\right|$$

Integralfunktion und Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
===

$$\boxed{F(x) = \int_a^x f(t)dt \quad \Rightarrow \quad F'(x) = f(x)}$$

Wichtige Integral und Integrationsregeln
===

Wichtige Integrationsregeln

$$\boxed{\int e^x dx = e^x + C} \text{ und } \boxed{\int \ln x dx = x \cdot \ln x - x + C}$$

$$\boxed{\int \sin x dx = -\cos x + C} \text{ und } \boxed{\int \cos dx = \sin x + C}$$

$$\boxed{\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C}$$

$$\boxed{\int x^k dx = \frac{1}{k+1} x^k + C} \qquad \boxed{\int x^r x = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C}$$

Logarithmische Integration: $\boxed{\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C}$

Integration mit der Substitutionsregel:

Ist F(x) der Funtionsterm eine Stammfunktion einer Funktion f mit dem Funtionsterm f(x),

dann gilt

$$\boxed{\int f\left(g(x)\right) \cdot g'(x) dx = F\left(g(x)\right) + C}$$

Transformation von Funktionen

Funktionsgleichung	***Graph***
$y = f(x) + c$	Verschiebung von G_f mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ c \end{pmatrix}$
$y = f(x + c)$	Verschiebung von G_f mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -c \\ 9 \end{pmatrix}$
$y = a \cdot f(x)$	Streckung von G_f in y-Richtung mit dem Streckungsfaktor $k = a$
$y = f(a \cdot x)$	Streckung von G_f in x-Richtung mit dem Strecktungsfaktor $k = \frac{1}{a}$

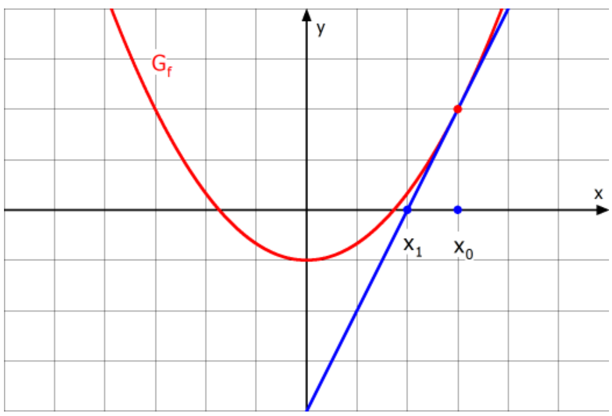
Spezialfälle

Funktionsgleichung	***Graph***
$y = -f(x)$	Spiegelung des Graphen von f an der x-Achse
$y = f(-x)$	Spiegelung des Graphen von f an der y-Achse

Symmetrie von Funktionsgraphen

Achsensymmetrie	***Punktsymmetrie***
$\boxed{f(-x) = f(x)}$	$\boxed{f(-x) = -f(x)}$

Das Newtonverfahren



Ist x_0 der Nährungswert für eine Nullststelle einer Funktion f mit der Funktionsgleichung $y = f(x)$, dann ist x_1 mit

$$\boxed{x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}}$$

im Allgemeinen eine bessere Näherungswert für die Nullstelle.