

Abitur Bayern 2011 G9 GK Infinitesimalrechnung II

Gegeben ist die Funktion $g : x \mapsto \ln(4 - x^2)$ mit maximalem Definitionsbereich D_g . Der Graph von g wird mit G_g bezeichnet.

Teilaufgabe 1a (7 BE)

Zeigen Sie, dass $D_g =] - 2; 2[$ gilt, und geben Sie das Symmetrieverhalten von G_g an. Bestimmen Sie die Nullstellen von g sowie das Verhalten von g an den Rändern von D_g .

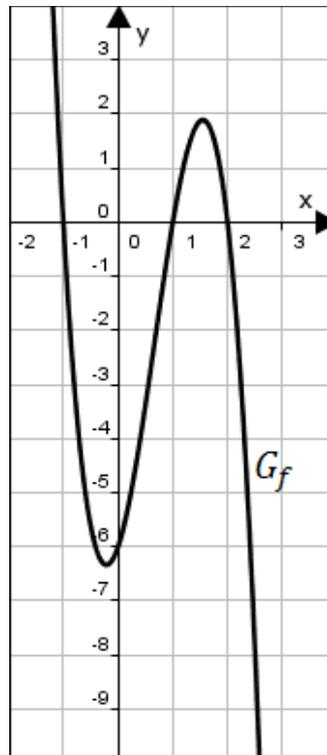
Teilaufgabe 1b (5 BE)

Untersuchen Sie das Monotonieverhalten von g und bestimmen Sie Lage und Art des Extrempunkts von G_g .

Teilaufgabe 1c (2 BE)

Skizzieren Sie G_g unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse in einem Koordinatensystem.

Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion $f : x \mapsto -3x^3 + 6x^2 + 3x - 6$, die die Nullstellen 1, -1 und 2 besitzt. Die Abbildung zeigt den Graphen G_f von f .



Teilaufgabe 2a (5 BE)

Die Tangente t an G_f im Punkt $(1 \mid 0)$ legt mit den Koordinatenachsen im IV. Quadranten ein Dreieck fest. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt A .

[Ergebnis: $A = 3$]

Teilaufgabe 2b (7 BE)

Berechnen Sie die Inhalte der beiden Flächenstücke, die G_f mit der x -Achse einschließt.

[Ergebnis: Flächeninhalte: 8 und 1,25]

Betrachtet wird nun die in \mathbb{R} definierte Integralfunktion $F : x \mapsto \int_{-1}^x f(t) dt$. Der Graph von F wird mit G_F bezeichnet.

Teilaufgabe 2c (4 BE)

Begründen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse ohne Verwendung einer integralfreien Darstellung von F , dass F genau eine Nullstelle hat.

Teilaufgabe 2d (5 BE)

Welche Funktionswerte von F lassen sich aus den in Teilaufgabe 2b berechneten Flächeninhalten ermitteln? Geben Sie Lage und Art der Extrempunkte von G_F an.

Teilaufgabe 2e (5 BE)

Ermitteln Sie unter Verwendung des in Teilaufgabe 2a berechneten Flächeninhalts A einen Näherungswert für $F(0)$. Skizzieren Sie G_F in der Abbildung zu Aufgabe 2 unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse.