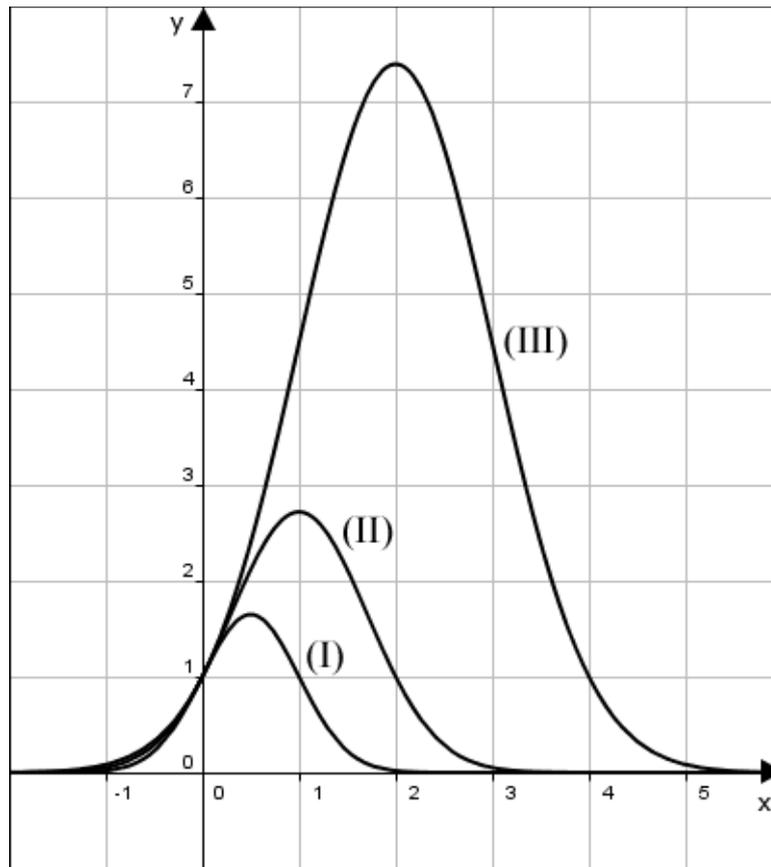


Abitur Bayern 2011 G9 LK Infinitesimalrechnung I

Gegeben ist die Schar der Funktionen $f_s : x \mapsto e^{2x - \frac{1}{2}sx^2}$ mit $s \in \mathbb{R}^+$ und Definitionsmenge \mathbb{R} . Der Graph von f_s wird mit G_s bezeichnet. Die Abbildung zeigt drei Graphen der Schar zu ganzzahligen Werten des Parameters s .



Teilaufgabe 1a (3 BE)

Begründen Sie anhand des Funktionsterms, dass gilt:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_s(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f_s(x) = 0$$

Teilaufgabe 1b (5 BE)

Zeigen Sie, dass alle Schargraphen G_s durch den Punkt $(0 \mid 1)$ verlaufen und dass für $x \neq 0$ sowie $s_1 > s_2$ die Ungleichung $f_{s_1}(x) < f_{s_2}(x)$ erfüllt ist. Was lässt sich daraus hinsichtlich des Verlaufs der Graphen G_{s_1} und G_{s_2} schließen?

Teilaufgabe 1c (3 BE)

Weisen Sie nach, dass alle Schargraphen im Schnittpunkt mit der y -Achse die gleiche Steigung besitzen.

Teilaufgabe 1d (7 BE)

Bestimmen Sie Lage und Art des Extrempunkts von G_s .
Geben Sie an, zu welchem Wert des Parameters s die in der Abbildung dargestellten Graphen (I), (II) und (III) jeweils gehören.

Teilaufgabe 1e (5 BE)

Begründen Sie, dass G_s zu der durch die Gleichung $x = \frac{2}{s}$ gegebenen Geraden symmetrisch ist.

Teilaufgabe 2 (7 BE)

Geben Sie für den Graphen G_F der in \mathbb{R} definierten Integralfunktion $F : x \mapsto \int_1^x f_2(t) dt$ das Monotonie- und Krümmungsverhalten an. Beschreiben Sie die Symmetrie von G_F und bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente.

Für $x \geq 0$ beschreibt die Funktion f_s den Bestand einer Bakterienkultur, der kontinuierlich Gift zugeführt wird (sogenanntes "vergiftetes Wachstum"). Dabei ist x die Maßzahl der seit Beginn der Giftzugabe vergangenen Zeit in Stunden, $f_s(x)$ die zugehörige Bakterienzahl in Millionen und s ein von der Wirksamkeit des Gifts abhängiger Parameter.

Teilaufgabe 3a (4 BE)

Wie hängt die Größe von s mit der Wirksamkeit des Gifts zusammen? Begründen Sie Ihre Antwort.
Für welchen Wert von s ist der maximale Bakterienbestand fünfmal so groß wie der Anfangsbestand?

Teilaufgabe 3b (6 BE)

Berechnen Sie den Zeitpunkt der stärksten Abnahme des Bakterienbestands in Abhängigkeit von s .