Lineare Funktionen

==

- Eine Funktion $f: x \to y = mx + t$, $D = D_{max}$, mit zwei Zahlen m und t heißt eine **lineare Funktion**.

►

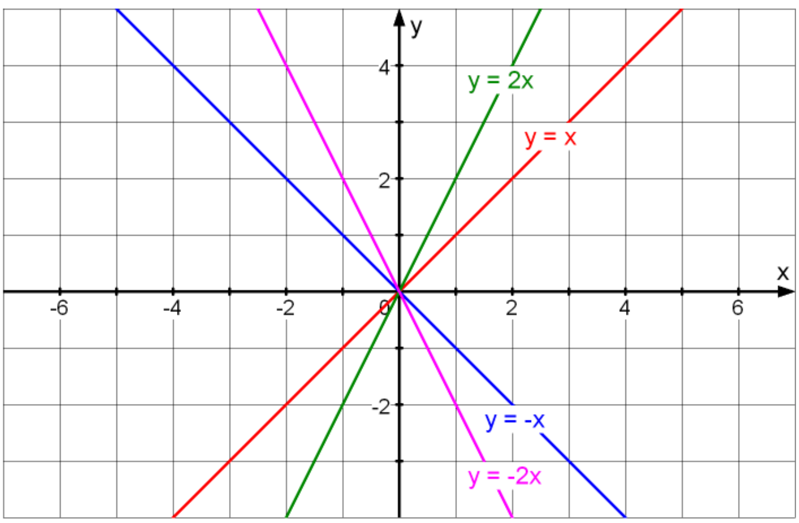
$f: x \to y = 2x + 1$	$m = 2$ und $t = 1$
$f: x \to y = x - 2$	$m = 1$ und $t = -2$
$f: x \to y = -x$	$m = -1$ und $t = 0$
$f: x \to y = 2$	$m = 0$ und $t = 2$
$f: x \to y = \frac{x}{2} - 1$	$m = \frac{1}{2}$ und $t = -1$

- Speziell ergibt sich

$\boxed{\mathbf{t = 0}}: y = mx \Leftrightarrow \frac{y}{x} = m$

x- und y-Werte sind direkt proportional zueinander mit dem Proportionalitätsfaktor $m = \frac{y}{x}$.

Der Graph der Funktion ist dann eine Gerade durch den Ursprung $O\left(0 \mid 0\right)$ des Koordinatensystems.



a) $\mathbf{m > 0}$: Die Gerade steigt

b) $\mathbf{m = 0}$: Die Gerade ist identisch mit der x-Achse

c) $\mathbf{m < 0}$: Die Gerade fällt.

m heißt auch **Steigungsfaktor** der Geraden.

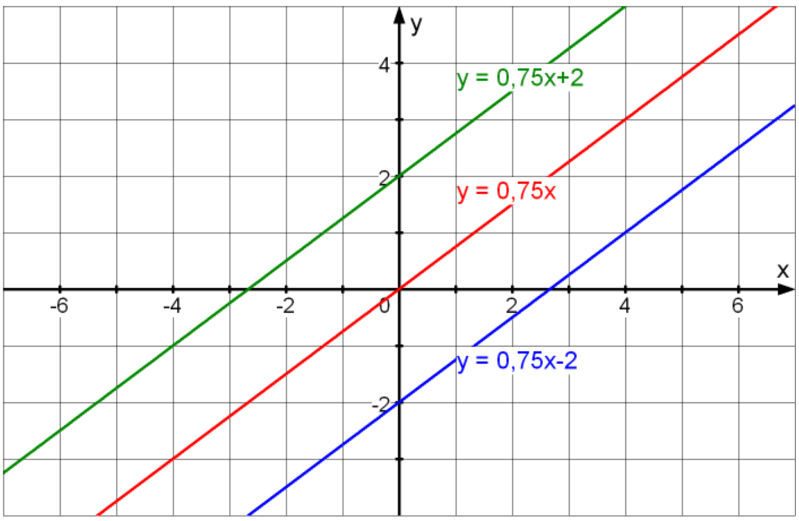
$\boxed{\mathbf{t \neq 0}}$

Der Graph der Funktion $f : x \to y = mx + t$

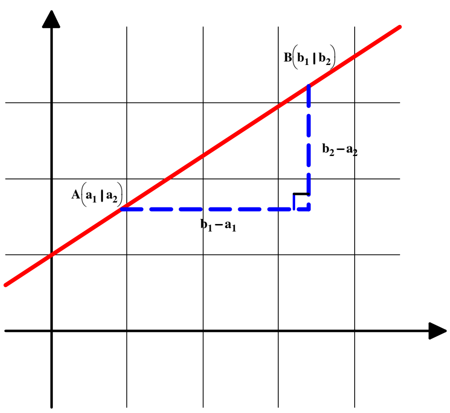
ist dann eine zum Graphen der Funktion $f : x \to y = mx$

parallele Gerade durch den Punkt $S_y\left(0 \mid t\right)$

►



- heißt **y-Abschnitt** der Geraden.
- Den Steigungsfaktor m einer Geraden kann man mit Hilfe eines Steigungsdreiecks dem Schaubild der Geraden entnehmen



Sind $A\left(a_1 \mid a_2\right)$ und $B\left(b_1 \mid b_2\right)$ die auf der Gerade liegenden Eckpunkte des Steigungsdreiecks, dann ist

$$\boxed{\mathbf{m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1}}}$$

$\Delta y = b_2 - a_2$ ist gleich der Zu- oder Abnahme der y-Werte bei einer Zunahme oder Abnahme der x-Werte um $\Delta x = b_1 - a_1$.

► Für die Gleichung der Geraden durch die Punkte $A\left(1 \mid -2\right)$ und $B\left(4 \mid 2\right)$ ergibt sich

$m = \frac{4}{3}$. Also hat Gleichung der Geraden die Form $y = \frac{4}{3}x + t$.

Da der Punkt A auf der Geraden liegt, muss sich beim Einsetzen der x-Koordinate des Punktes seine y-Koordinate ergeben. Also

$$-2 = \frac{4}{3} \cdot 1 + t \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{10}{3}$$

und damit ergibt sich für die Gerade AB die Gleichung $y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$

Aufgaben

---

1. Bestimme die Funktionsgleichung einer linearen Funktion mit der Wertetabelle

a)

x	-3	5
y	2	4

b)

x	-3	2
y	7	-3

c)

x	-7	12
y	13	13

---

2. Bestimme die Funktionsgleichung einer linearen Funktion deren Graph

a) durch die 2 Punkte $P\left(1 \mid 1\right)$ und $Q\left(-3 \mid 6\right)$ geht.

b) durch die 2 Punkte $P\left(-12 \mid -12\right)$ und $Q\left(0 \mid 12\right)$.

c) den y-Abschnitt $t = 2$ hat und durch den Punkt $P\left(7 \mid 4\right)$ geht.

d) die Steigung $m = 2$ hat durch den Punkt $P\left(-2 \mid 5\right)$ geht.

---

3. Bestimme die Nullstellen der folgenden linearen Funktionen

a) $f : x \to y = 3x - \frac{1}{3}$

b) $f : x \to y = -2x$

c) $f : x \to y = -\frac{1}{5}x - 5$

d) $f : x \to y = -1$

d) $f : x \to y = \frac{2}{5}x + \frac{2}{3}$

e) $f : \; x \to -x + \frac{1}{2}$

---

4. Bestimme graphisch und rechnerisch die Koordinaten des Schnittpunkts der Graphen der beiden Funktionen

a) $f_1 : x \to y = -\frac{3}{4}x + 3$ und $f_2 : x = \frac{1}{2}x - 2$

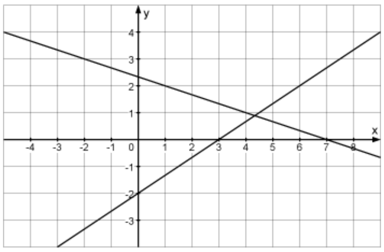
b) $f_1 : x \to y = \frac{4}{9}x + 3$ und $f_2 : x = \frac{2}{3}x + 1$

5.Die Punkte $(-1\,|\,6)$ und $B(6\,|\,3)$ sind Elemente der Geraden g. Die Gerade h geht durch den Punkt $C(1\,|\,2)$ und hat die Steigung $\frac{3}{4}$.

a) Ermittle graphisch die Koordinaten des Schnittpunktes S von g und h !

b) Stelle die Gleichungen von g und h auf und berechne die Koordinaten von S !

6.Gib die Funktionsgleichungen der Geraden g und h an und berechne die Koordinaten ihres Schnittpunktes S !



---

7 Wie lautet die Gleichung der Parallelen zu $y = \frac{7}{3}x - \frac{12}{5}$ durch den Punkt $(18\,|\,-23)$?

---

8 Untersuche rechnerisch, ob die drei Punkte $A(-6\,|\,4)$, $B(5\,|\,-3)$ und $C(-7\,|\,5{,}5)$ auf einer Geraden liegen.

---

9 Die Punkte $P(4\,|\,2)$, $Q(1\,|\,v)$, $R(u\,|\,13)$ liegen auf einer Geraden.

Wie groß sind u und v ?

---

10. Bestimme die Gleichungen der eingezeichneten Geraden.