

## Rechnen mit Bruchtermen

---

### 1. Vereinfache

a)  $\frac{5a+25}{5a}$

$\frac{b+2}{4+2b}$

c)  $\frac{c}{c-c^2}$

d)  $\frac{1-d}{d-1}$

e)  $\frac{2x+4}{2x+x^2}$

f)  $\frac{9x^2}{9x^2-3x}$

g)  $\frac{3x^2-6x}{8x-4x^2}$

h)  $\frac{4x+2}{(1+2x)^2}$

i)  $\frac{2x}{2x+4x^2}$

j)  $\frac{(1-x)^2}{x^2-x}$

k)  $\frac{xy}{x^2y-xy^2}$

l)  $\frac{xy-x}{y-y^2}$

---

### 2. Vereinfache

a)  $\frac{x+1}{2x} - \frac{x-1}{2x}$

b)  $\frac{x^2+1}{x-1} - \frac{x+1}{x-1}$

c)  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x}{1-x}$

d)  $\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x}$

e)  $\frac{1}{x} - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x+2}$

f)  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-2}{x+2}$

g)  $\frac{x+2}{6x} - \frac{2x+2}{15x}$

h)  $\frac{x+1}{x^2} + \frac{x-1}{x}$

i)  $\frac{2x-3}{3x-3} - \frac{x-2}{2x-2}$

j)  $\frac{2x+3}{2x^2+4x} + \frac{2x-3}{3x+6}$

k)  $\frac{1-2x}{x^2-x} - \frac{x+2}{1-x}$

l)  $\frac{x-4}{x^2-2x} - \frac{x+4}{2x}$

m)  $\frac{y}{x^2+xy} - \frac{x}{y^2+xy}$

n)

---

3. Gegeben ist die Funktion  $f : x \rightarrow \frac{2x-1}{x+2}$  mit der maximalen Definitionsmenge D.

a) Gib D an.

b) Fülle die Wertetabelle aus.

x	-6	-3	-2,5	-1,5	-1	0	1	2	6
f(x)									

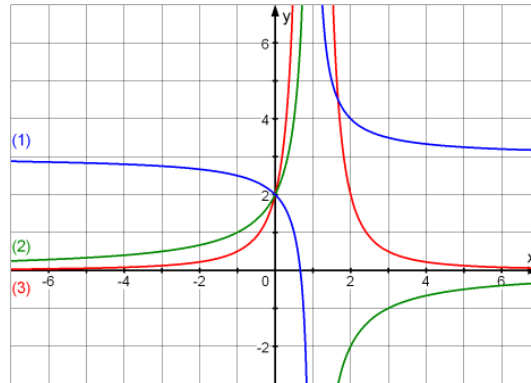
c) Bestimme die Nullstelle von f.

d) Gib die Gleichungen der senkrechten und waagrechten Asymptote von f an.

---

4. Gegeben sind die Funktionen

$$f: x \rightarrow \frac{2}{(x-1)^2} \text{ und } g: x \rightarrow \frac{3x-3}{x-1} \text{ sowie } \frac{2}{1-x}.$$



Welcher Graph gehört zu welcher Funktion. Gib verschiedene Begründungen!

5. Vereinfache

a)  $\frac{2x^2}{y} \cdot \frac{3x}{y}$

b)  $\frac{x}{x+1} \cdot \frac{x-1}{2}$

c)  $\frac{2x-1}{x+2} \cdot \frac{x+1}{x-1}$

d)  $\frac{x+1}{x+2} \cdot (x+3)$

e)  $\frac{4x^2}{y} \cdot \frac{3y}{6x}$

f)  $\frac{x-1}{2x} \cdot \frac{x^2}{x-1}$

g)  $\frac{(x-1) \cdot 2}{x+2} \cdot \frac{x}{x-1}$

h)  $\frac{2x+2}{x^2} \cdot \frac{x}{3x+3}$

i)  $\frac{x^2-2x}{(x+1)^2} \cdot \frac{2x+2}{3x-6}$

j)  $\frac{10x-5}{8x} \cdot \frac{12x^2}{15}$

k)  $\frac{1-x}{x^2} \cdot \frac{x}{x-1}$

l)  $\frac{2x^2-4x}{(x-2)^2} \cdot \frac{5x^2-10x}{6-3x}$

m)  $\frac{x^2+xy}{y^2-2xy} \cdot \frac{y^2-2y}{x^2+x}$

6. Vereinfache

a)  $\frac{2x}{3y} : \frac{3y}{2x}$

b)  $\frac{x-1}{x+2} : \frac{x+3}{x-4}$

c)  $\frac{x+1}{2x} : \frac{3}{x-3}$

d)  $\frac{1}{x+2} : \frac{x-2}{x}$

e)  $(2x-1) : \frac{2x+1}{2x-1}$

f)  $(2x+1) : \frac{1}{x-2}$

g)  $x : \frac{1}{x}$

h)  $\frac{1}{x} : x$

i)  $\frac{x-2y}{2x+y} \cdot \frac{2x}{x+y}$

k)  $\frac{2x^2}{y^2} : \frac{4x}{y^3}$

l)  $\frac{2x^2-6x}{3x} : \frac{3x-9}{x^2}$

m)  $\frac{x^2-2x^3}{2x+4} : \frac{4x-2}{x+2}$

## Lösungen:

---

---

$$1. a) \frac{5a+25}{5a} = \frac{5 \cdot (a+5)}{5a} = \frac{a+5}{a}$$

$$b) \frac{b+2}{4+2b} = \frac{1 \cdot (b+2)}{2 \cdot (2+b)} = \frac{1}{2}$$

$$c) \frac{c}{c-c^2} = \frac{1 \cdot c}{c \cdot (1-c)} = \frac{1}{1-c}$$

$$d) \frac{1-d}{d-1} = \frac{(-1) \cdot (d-1)}{1 \cdot (d-1)} = -1$$

$$e) \frac{2x+4}{2x+x^2} = \frac{2 \cdot (x+2)}{x \cdot (2+x)} = \frac{2}{x}$$

$$f) \frac{9x^2}{9x^2-3x} = \frac{9x^2}{3x \cdot (3x-1)} = \frac{3x}{3x-1}$$

$$g) \frac{3x^2-6x}{8x-4x^2} = \frac{3x \cdot (x-2)}{4x \cdot (2-x)} = \frac{3 \cdot (x-2)}{4 \cdot (-1) \cdot (x-2)} = -\frac{3}{4}$$

$$h) \frac{4x+2}{(1+2x)^2} = \frac{2 \cdot (2x+1)}{(1+2x)^2} = \frac{2}{1+2x}$$

$$i) \frac{2x}{2x+4x^2} = \frac{1 \cdot 2x}{2x \cdot (1+2x)} = \frac{1}{1+2x}$$

$$j) \frac{(1-x)^2}{x^2-x} = \frac{(1-x)^2}{x \cdot (x-1)} = \frac{(1-x)^2}{x \cdot (-1) \cdot (1-x)} = \frac{1-x}{-x} = \frac{x-1}{x}$$

$$k) \frac{xy}{x^2y-xy^2} = \frac{1 \cdot xy}{xy \cdot (x-y)} = \frac{1}{x-y}$$

$$l) \frac{xy-x}{y-y^2} = \frac{x \cdot (y-1)}{y \cdot (1-y)} = -\frac{x}{y}$$

---

$$2. a) \frac{x+1}{2x} - \frac{x-1}{2x} = \frac{(x+1)-(x-1)}{2x} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$$

$$b) \frac{x^2+1}{x-1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x^2+1)-(x+1)}{x-1} = \frac{x^2-x}{x-1} = \frac{x \cdot (x-1)}{x-1} = x$$

$$c) \frac{x+1}{x-1} + \frac{x}{1-x} = \frac{x+1}{x-1} + \frac{(-1) \cdot x}{x-1} = \frac{x+1-x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$$

$$d) \frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x} = \frac{x^2}{(x+1) \cdot x} - \frac{(x+1) \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot x} = \frac{x^2 - (x^2 + x + x + 1)}{(x+1) \cdot x} =$$
$$= \frac{-2x-1}{(x+1) \cdot x} = -\frac{2x+1}{(x+1) \cdot x}$$

$$e) \frac{1}{x} - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x+2} = \frac{(x+1) \cdot (x+2)}{x \cdot (x+1) \cdot (x+2)} - \frac{2 \cdot x \cdot (x+2)}{x \cdot (x+1) \cdot (x+2)} + \frac{x \cdot (x+2)}{x \cdot (x+1) \cdot (x+2)} =$$
$$= \frac{x^2 + 2x + x + 2}{x \cdot (x+1) \cdot (x+2)} - \frac{2x^2 + 4x}{x \cdot (x+1) \cdot (x+2)} + \frac{x^2 + 2x}{x \cdot (x+1) \cdot (x+2)} = \frac{x+2}{x \cdot (x+1) \cdot (x+2)} =$$

$$= \frac{1}{x \cdot (x+1)}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-2}{x+2} &= \frac{(x+1) \cdot (x+2)}{(x-1) \cdot (x+2)} - \frac{(x-1) \cdot (x-2)}{(x-1) \cdot (x+2)} = \frac{(x^2+2x+x+2) - (x^2-2x-x+2)}{(x-1) \cdot (x+2)} = \\ &= \frac{6x}{(x-1) \cdot (x+2)} \end{aligned}$$

$$\text{g) } \frac{x+2}{6x} - \frac{2x+2}{15x} = \frac{(x+2) \cdot 5}{30x} - \frac{(2x+2) \cdot 2}{30x} = \frac{x+6}{30x}$$

$$\text{h) } \frac{x+1}{x^2} + \frac{x-1}{x} = \frac{x+1}{x^2} - \frac{x \cdot (x-1)}{x^2} = \frac{x+1-x^2+x}{x^2} = \frac{-x^2+2x+1}{x^2}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } \frac{2x-3}{3x-3} - \frac{x-2}{2x-2} &= \frac{2x-3}{3 \cdot (x-1)} - \frac{x-2}{2 \cdot (x-1)} = \frac{(2x-3) \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot (x-1)} - \frac{(x-1) \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot (x-1)} = \\ &= \frac{(2x-3) \cdot 2 - (x-1) \cdot 3}{6 \cdot (x-1)} = \frac{4x-6-3x+3}{6 \cdot (x-1)} = \frac{x-3}{6 \cdot (x-1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j) } \frac{2x+3}{2x^2+4x} + \frac{2x-3}{3x+6} &= \frac{2x+3}{2x \cdot (x+2)} + \frac{2x-3}{3 \cdot (x+2)} = \frac{(2x+3) \cdot 3}{3 \cdot 2x \cdot (x+2)} + \frac{(x-3) \cdot 2x}{3 \cdot 2x \cdot (x+2)} = \\ &= \frac{6x+9+2x^2-6x}{3 \cdot 2x \cdot (x+2)} = \frac{2x^2+9}{6x \cdot (x+2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k) } \frac{1-2x}{x^2-x} - \frac{x+2}{1-x} &= \frac{1-2x}{x \cdot (x-1)} - \frac{(x+2) \cdot (-1)}{x-1} = \frac{1-2x}{x \cdot (x-1)} - \frac{(x+2) \cdot (-1) \cdot x}{x \cdot (x-1)} = \\ &= \frac{1-2x+x^2+2x}{x \cdot (x-1)} = \frac{x^2+1}{x \cdot (x-1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l) } \frac{x-4}{x^2-2x} - \frac{x+4}{2x} &= \frac{x-4}{x \cdot (x-2)} - \frac{x+4}{2x} = \frac{(x-4) \cdot 2}{2x \cdot (x-2)} - \frac{(x+4) \cdot (x-2)}{2x \cdot (x-2)} = \\ &= \frac{2x-8-(x^2-2x+4x-8)}{2x \cdot (x-2)} = \frac{-x^2}{2x \cdot (x-2)} = \frac{-x}{2 \cdot (x-2)} = \frac{x}{2 \cdot (2-x)} \end{aligned}$$

$$\text{m) } \frac{y}{x^2+xy} - \frac{x}{y^2+xy} = \frac{y}{x \cdot (x+y)} - \frac{x}{y \cdot (y+x)} = \frac{y^2-x^2}{xy \cdot (x+y)}$$

---

3. a)  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

b)

x	-6	-3	-2,5	-1,5	-1	0	1	2	6
f(x)	3,25	7	12	-8	-5	-0,5	0,3	0,75	1,375

c)  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2} = 0 \Rightarrow 2x-1 = 0 \Rightarrow x = 0,5$

d) Senkrechte Asymptote:  $x = -2$       Waagrechte Asymptote:  $y = 2$

(3)	(2)	(1)
$f(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$	$f(x) = \frac{2}{1-x}$	$f(x) = \frac{3x-3}{x-1}$
Nur positive Funktionswerte	x-Achse ist Asymptote	$y = 3$ ist waagrechte Asymptote
Graph geht durch $P(2   2)$	Graph geht durch $P(-1   1)$	Graph geht durch $P(2   4)$

5. a)  $\frac{2x^2}{y} \cdot \frac{3x}{y} = \frac{6x^3}{y^2}$       b)  $\frac{x}{x+1} \cdot \frac{x-1}{2} = \frac{x \cdot (x-1)}{(x+1) \cdot 2} = \frac{x^2-x}{2x+2}$

c)  $\frac{2x-1}{x+2} \cdot \frac{x+1}{x-1} = \frac{(2x-1) \cdot (x+1)}{(x+2) \cdot (x-1)} = \frac{2x^2+2x-x-1}{x^2-x+2x-2} = \frac{2x^2+x-1}{x^2+x-2}$

d)  $\frac{x+1}{x+2} \cdot (x+3) = \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{1} = \frac{(x+1) \cdot (x+3)}{x+2} = \frac{x^2+3x+x+3}{x+2} = \frac{x^2+4x+3}{x+2}$

e)  $\frac{4x^2}{y} \cdot \frac{3y}{6x} = \frac{4x^2 \cdot 3y}{y \cdot 6x} = \frac{4x \cdot 3}{1 \cdot 6} = \frac{4x \cdot 1}{2} = 2x$

f)  $\frac{x-1}{2x} \cdot \frac{x^2}{x-1} = \frac{(x-1) \cdot x^2}{2x \cdot (x-1)} = \frac{x}{2}$       g)  $\frac{(x-1) \cdot 2}{x+2} \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{2x}{x+2}$

h)  $\frac{2x+2}{x^2} \cdot \frac{x}{3x+3} = \frac{2 \cdot (x+1) \cdot x}{x^2 \cdot 3 \cdot (x+1)} = \frac{2}{3x}$

i)  $\frac{x^2-2x}{(x+1)^2} \cdot \frac{2x+2}{3x-6} = \frac{x \cdot (x-2) \cdot 2 \cdot (x+1)}{(x+1)^2 \cdot 3 \cdot (x-2)} = \frac{2x}{(x+1) \cdot 3} = \frac{2x}{3x+3}$

j)  $\frac{10x-5}{8x} \cdot \frac{12x^2}{15} = \frac{5 \cdot (2x-1) \cdot 12x^2}{8x \cdot 15} = \frac{3 \cdot (2x-1) \cdot 3x}{2 \cdot 3} = \frac{3 \cdot (2x-1) \cdot x}{2} = \frac{6x^2-3x}{2}$

k)  $\frac{1-x}{x^2} \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{(-1) \cdot (x-1) \cdot x}{x^2 \cdot (x-1)} = \frac{-1}{x} = -\frac{1}{x}$

$$l) \frac{2x^2-4x}{(x-2)^2} \cdot \frac{5x^2-10x}{6-3x} = \frac{2x \cdot (x-2) \cdot 5x \cdot (x-2)}{(x-2)^2 \cdot 3 \cdot (2-x)} = \frac{10x^2}{6-2x}$$

$$m) \frac{x^2+xy}{y^2-2xy} \cdot \frac{y^2-2y}{x^2+x} = \frac{x \cdot (x+y) \cdot y \cdot (y-2)}{y \cdot (y-2x) \cdot x \cdot (x+1)} = \frac{(x+y) \cdot (y-2)}{(y-2x) \cdot (x+1)} = \frac{xy-2x+y^2-2y}{xy+y-2x^2-2x}$$


---

$$6. a) \frac{2x}{3y} : \frac{3y}{2x} = \frac{2x}{3y} \cdot \frac{2x}{3y} = \frac{4x^2}{9y^2}$$

$$b) \frac{x-1}{x+2} : \frac{x+3}{x-4} = \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{x-4} = \frac{(x-1) \cdot (x+3)}{(x+2) \cdot (x-4)} = \frac{x^2+3x-x-3}{x^2-4x+2x-8} = \frac{x^2+2x-3}{x^2-2x-8}$$

$$c) \frac{x+1}{2x} : \frac{3}{x-3} = \frac{x+1}{2x} \cdot \frac{x-3}{3} = \frac{x^2-3x+x-3}{6x} = \frac{x^2-2x-3}{6x}$$

$$d) \frac{1}{x+2} : \frac{x-2}{x} = \frac{1}{x+2} \cdot \frac{x}{x-2} = \frac{x}{x^2-2x+2x-4} = \frac{x}{x^2-4}$$

$$e) (2x-1) : \frac{2x+1}{2x-1} = (2x-1) \cdot \frac{2x-1}{2x+1} = \frac{4x^2-2x-2x+1}{2x+1} = \frac{4x^2-4x+1}{2x+1}$$

$$f) (2x+1) : \frac{1}{x-2} = (x+1) \cdot \frac{x-2}{1} = x^2-2x+x-2 = x^2-x-2$$

$$g) x : \frac{1}{x} = x^2$$

$$h) \frac{1}{x} : x = \frac{1}{x^2}$$

$$i) \frac{x-2y}{2x+y} \cdot \frac{2x}{x+y}$$

$$k) \frac{2x^2}{y^2} : \frac{4x}{y^3}$$

$$l) \frac{2x^2-6x}{3x} : \frac{3x-9}{x^2}$$

$$m) \frac{x^2-2x^3}{2x+4} : \frac{4x-2}{x+2}$$


---

## Zählprinzip

---

---

1. Gib alle dreistelligen Zahlen an, die man nur aus den Ziffern 1, 2 und 4 bilden kann, wenn

a) die Ziffern auch mehrmals auftreten dürfen.

b) jede Ziffer nur einmal auftreten darf.

---

2. Gib alle vierstelligen Zahlen an, die man nur aus den Ziffern 0, 1, 2 und 4 bilden kann, wenn

a) die Ziffern auch mehrmals auftreten dürfen.

b) jede Ziffer nur einmal auftreten darf

---

3. Zum Ausklang von Judits Geburtstagsfeier wird Eis angeboten. Es gibt fünf Sorten:

Erdbeere, Himbeere, Schokolade, Vanille, Zitrone

a) Jedes Kind darf sich drei Klugeln unterschiedlicher Sorten aussuchen.

Wie viele Kombinationen sind möglich ?

b) Wie vielen Zusammenstellungen gibt es, wenn die drei Kugeln auch von derselben Sorte sein dürfen ?

---

4.a) Wie viele verschiedene Worte lassen sich aus den Buchstaben der Wörter IDA bzw. MATHE bilden?

b) Wie viele verschiedene Produkte lassen sich aus den Primfaktoren 5, 7 und 11 bilden, wenn jeder Faktor mindestens einmal aber höchstens zweimal vorkommen darf ?

Berechne die Differenz des kleinsten und des größten dieser Produkte.

---

5. Wenn die Bundesliga auf 20 Mannschaften vergrößert werden soll, wie viele Spiele finden dann in jeder Saison statt ?

---

6. Anja schreibt verdeckt eine dreistellige Zahl, in der nur die Ziffern 1 und 2 vorkommen.

Wie viele Zahlen muss Iris auf jeden Fall aufschreiben, damit mit Sicherheit eine Zahl dabei ist,

a) die mit Anjas Zahl übereinstimmt ?

b) die an mindestens einer Stelle mit Anjas Zahl übereinstimmt?

---

## Lösungen

---

---

1.a) Es lassen sich  $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$  verschiedene Zahlen bilden.

111, 112, 114, 121, 122, 124, 141, 142, 144  
211, 212, 214, 221, 222, 224, 241, 242, 244  
311, 312, 314, 321, 322, 324, 341, 342, 344

b) Es lassen sich  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  verschiedene Zahlen bilden.

124, 142, 214, 241, 412, 421

---

2.a) Es lassen sich  $3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 192$  verschiedene Zahlen bilden.

1000, 1001, 1002, 1004, 1010, 1011, 1012, 1014, 1020, 1021, 1022, 1024, 1040, 1041, 1042, 1044  
1100, 1101, 1102, 1104, 1110, 1111, 1112, 1114, 1120, 1121, 1122, 1124, 1140, 1141, 1142, 1144  
1200, 1201, 1202, 1204, 1210, 1211, 1212, 1214, 1220, 1221, 1222, 1224, 1240, 1241, 1242, 1244  
1400, 1401, 1402, 1404, 1410, 1411, 1412, 1414, 1420, 1421, 1422, 1424, 1440, 1441, 1442, 1444

2000, 2001, 2002, 2004, 2010, 2011, 2012, 2014, 2020, 2021, 2022, 2024, 2040, 2041, 2042, 2044  
2100, 2101, 2102, 2104, 2110, 2111, 2112, 2114, 2120, 2121, 2122, 2124, 2140, 2141, 2142, 2144  
2200, 2201, 2202, 2204, 2210, 2211, 2212, 2214, 2220, 2221, 2222, 2224, 2240, 2241, 2242, 2244  
2400, 2401, 2402, 2404, 2410, 2411, 2412, 2414, 2420, 2421, 2422, 2424, 2440, 2441, 2442, 2444

4000, 4001, 4002, 4004, 4010, 4011, 4012, 4014, 4020, 4021, 4022, 4024, 4040, 4041, 4042, 4044  
4100, 4101, 4102, 4104, 4110, 4111, 4112, 4114, 4120, 4121, 4122, 4124, 4140, 4141, 4142, 4144  
4200, 4201, 4202, 4204, 4210, 4211, 4212, 4214, 4220, 4221, 4222, 4224, 4240, 4241, 4242, 4244  
4400, 4401, 4402, 4404, 4410, 4411, 4412, 4414, 4420, 4421, 4422, 4424, 4440, 4441, 4442, 4444

Man schreibt kurz  $\{1, 2, 4\} \times \{10, 1, 2, 4\} \times \{10, 1, 2, 4\} \times \{10, 1, 2, 4\}$

b) Es lassen sich  $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18$  verschiedene Zahlen bilden.

1024, 1042, 1204, 1240, 1402, 1420  
2014, 2041, 2104, 2140, 2401, 1410  
4012, 4021, 4102, 4120, 4201, 4210

---

3. a) Es sind  $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$  bzw.  $\frac{60}{3!} = 10$  Zusammenstellungen möglich..

b) Es  $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$  bzw.  $10 + 5 \cdot 4 + 5 = 35$  Zusammenstellungen möglich.

---

4. a)  $3! = 6$  bzw.  $5! = 120$

b) Es lassen sich  $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$  verschiedene Produkte bilden.

$$5^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2 - 5 \cdot 7 \cdot 11 = 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot (5 \cdot 7 \cdot 11 - 1) = 147840$$

---

5.  $20 \cdot 19 = 380$

---



## Wahrscheinlichkeit

---

1. In einer Urne befinden sich 50 gleichartige Kugeln, die von 1 bis 50 durchnummeriert sind.  
Es wird eine Kugel gezogen.

Betrachte die folgenden Ereignisse:

- A: Die Zahl ist durch 3 teilbar.                      B: Die Zahl ist durch 5 teilbar.  
C: Die Zahl ist durch 15 teilbar.

Berechne die W'keiten der Ereignisse-

---

2. Ein Würfel wird dreimal geworfen und die Augenzahlen jeweils notiert.

a) Wie viele Ergebnisse hat der entsprechende Ergebnisraum ?

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeiten von

- A: Es werden lauter gleiche Zahlen gewürfelt.  
B: Es wird keine 5 gewürfelt.  
C: Es wird mindestens eine 5 gewürfelt.  
D: Es wird einmal die 1 und zweimal die 2 gewürfelt.  
E: Es werden lauter verschiedene Augenzahlen gewürfelt-
- 

3. Eine Urne enthält drei rote und eine schwarze Kugeln.

Zunächst zieht Lukas zwei Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen und notiert jeweils ihre Farbe.

a) Gib einen passenden Ergebnisraum an

b) Berechne die W'keit von

- A: Beide Kugeln sind rot.  
B: Genau eine der beiden Kugeln rot.

Bearbeite beide Aufgaben, wenn Lukas mit Zurücklegen zieht.

---

4. Ein Würfel wird zweimal geworfen. Bestimme die W'keiten der folgenden Ereignisse:

- A: Die Summe der Augenzahlen ist größer als 5.  
B: Die Augenzahl 3 tritt in mindestens einem Wurf auf.
-

## Lösungen

---

---

$$1. P(A) = \frac{16}{50} = 32\% \quad P(B) = \frac{10}{50} = 20\% \quad C = \frac{3}{50} = 6\%$$

---

2. a) Es gibt  $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$  mögliche Ergebnisse.

$$b) P(A) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

$$P(B) = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{216} = \frac{125}{216}$$

$$P(C) = P(\bar{B}) = \frac{91}{216}$$

$$P(D) = \frac{3}{216} = \frac{1}{72}$$

$$P(E) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{216} = \frac{5}{9}$$

---

$$3. a) \Omega = \left\{ rr, rs, sr \right\}$$

$$b) P(A) = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{1}{2} \text{ und } P(B) = P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$$

$$P(A) = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 4} = \frac{9}{16} \text{ und } P(B) = \frac{3 \cdot 1 + 1 \cdot 3}{4 \cdot 4} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

---

4.  $\bar{A}$ : Die Augensumme ist höchstens gleich 5

$$\bar{A} = \left\{ 11, 12, 21, 31, 13, 14, 41, 22, 23, 32 \right\}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \Rightarrow P(A) = \frac{13}{18}$$

$\bar{B}$ : Die Augenzahl 3 tritt bei keinem Wurf auf.

$$P(\bar{B}) = \frac{5 \cdot 5}{36} = \frac{25}{36} \Rightarrow P(B) = \frac{11}{36}$$

---