

Das Erweitern von Bruchtermen

$$\text{Es ist } \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5}.$$

Für Bruchterme gilt entsprechend

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$$

Beispiele :

$$\text{a) } \frac{2a}{3b} = \frac{2a \cdot 2a}{3b \cdot 2a} = \frac{4a^2}{6b^2}$$

$$\text{b) } \frac{a}{b} = \frac{a \cdot (a+b)}{b \cdot (a+b)} = \frac{a^2 + ab}{ab + b^2}$$

$$\text{c) } \frac{x-y}{x-2y} = \frac{(x-y) \cdot (x+2y)}{(x-2y) \cdot (x+2y)} = \frac{x^2 + 2xy - xy - 2y^2}{x^2 - 4y^2} = \frac{x^2 + xy - 2y^2}{x^2 - 4y^2}$$

$$\text{d) } \frac{x-y}{-x} = \frac{(x-y) \cdot (-1)}{(-x) \cdot (-1)} = \frac{-x+y}{x} = \frac{y-x}{x}$$

Ein Bruchterm wird erweitert, wenn man Zähler und Nenner mit dem gleichen Term multipliziert.

Beachte:

1. Summen müssen beim Erweitern in Klammern gesetzt werden.
 2. Wenn man mit -1 erweitert, dann wird jedes Minusglied zum Plusglied und jedes Plusglied zum Minusglied.
-

Aufgaben

1. Erweitere

a) $\frac{2a}{3b^2}$ mit $4a^2b$ b) $\frac{a-2b}{a+3b}$ mit $-2a$ c) $\frac{2a+b}{a-2b}$ mit $a+2b$

2. Erweitere mit -1

a) $\frac{x}{-y}$ b) $\frac{x-y}{-x+2y}$ c) $\frac{-x-y}{x-2y}$ d) $\frac{x-y}{-x-2y}$

3. Erweitere auf den in Klammern angegebenen Nenner

a) $\frac{x-1}{2x}$ $\left[6x^2 \right]$ b) $\frac{2}{3x}$ $\left[12xy^2 \right]$ c) $\frac{3x}{2x-3}$ $\left[6x-9 \right]$

d) $\frac{3x+1}{x-2}$ $\left[2x^2-4x \right]$ e) $\frac{2x+1}{3x}$ $\left[6x^2+3x \right]$ f) $\frac{x-1}{x-2}$ $\left[4-2x \right]$

g) $\frac{2x-1}{2x}$ $\left[6x^2-4x \right]$ g) $\frac{2-x}{x}$ $\left[x^2-x \right]$ h) $\frac{x-4}{4x}$ $\left[16x^3-8x \right]$

Lösungen

$$1. \text{ a) } \frac{2a}{3b^2} = \frac{2a \cdot 4a^2b}{3b^2 \cdot 4a^2b} = \frac{8a^3b}{12a^2b^3}$$

$$\text{b) } \frac{a-2b}{a+3b} = \frac{(a-2b) \cdot (-2a)}{(a+3b) \cdot (-2a)} = \frac{-2a^2+4ab}{-2a^2-6ab}$$

$$\text{c) } \frac{2a+b}{a-2b} = \frac{(2a+b) \cdot (a+2b)}{(a-2b) \cdot (a+2b)} = \frac{2a^2+4ab+ab+2b^2}{a^2+2ab-2ab-4b^2} = \frac{2a^2+5ab+b^2}{a^2-4b^2} \text{ mit } a+2b$$

$$2. \text{ a) } \frac{x}{-y} = \frac{-x}{y} = -\frac{x}{y}$$

$$\text{b) } \frac{x-y}{-x+2y} = \frac{y-x}{x-2y}$$

$$\text{c) } \frac{-x-y}{x-2y} = \frac{x+y}{2y-x}$$

$$\text{d) } \frac{x-y}{-x-2y} = \frac{y-x}{x+2y}$$

$$3. \text{ a) } \frac{x-1}{2x} = \frac{(x-1) \cdot 3x}{2x \cdot 3x} = \frac{3x^2-3x}{6x^2}$$

$$\text{b) } \frac{2}{3x} = \frac{2 \cdot 4y^2}{3x \cdot 4y^2} = \frac{8y^2}{12xy^2}$$

$$\text{c) } \frac{3x}{2x-3} = \frac{3x \cdot 3}{(2x-3) \cdot 3} = \frac{9x}{6x-9}, \text{ denn } [6x-9 = 3 \cdot (2x-3)]$$

$$\text{d) } \frac{3x+1}{x-2} = \frac{(3x+1) \cdot 2x}{(x-2) \cdot 2x} = \frac{6x^2+2x}{2x^2-4x}, \text{ denn } [2x^2-4x = 2x \cdot (x-2)]$$

$$\text{e) } \frac{2x+1}{3x} = \frac{(2x+1) \cdot (2x+1)}{3x \cdot (2x+1)} = \frac{4x^2+2x+2x+1}{6x^2+3x}, \text{ denn } [6x^2+3x = 3x \cdot (2x+1)]$$

$$\text{f) } \frac{x-1}{x-2} = \frac{(x-1) \cdot (-2)}{(x-2) \cdot (-2)} = \frac{2-2x}{4-2x}, \text{ denn } [4-2x = -2 \cdot (x-2)]$$

$$\text{g) } \frac{2x-1}{2x} = \frac{(2x-1) \cdot (3x-2)}{2x \cdot (3x-2)} = \frac{6x^2-4x-3x+2}{6x^2-4x} = \frac{6x^2-7x+2}{6x^2-4x},$$

$$\text{denn } \left[6x^2 - 4x = 2x \cdot (3x - 2) \right]$$

$$\text{g) } \frac{2-x}{x} = \frac{(2-x) \cdot (x-1)}{x \cdot (x-1)} = \frac{2x-2-x^2+x}{x^2-x} = \frac{3x-2-x^2}{x^2-x}, \text{ denn } \left[x^2-x = x \cdot (x-1) \right]$$

$$\text{h) } \frac{x-4}{4x} = \frac{(x-4) \cdot (4x^2-2)}{4x \cdot (4x^2-2)} = \frac{4x^3-2x-16x^2+8}{16x^3-8x} \left[16x^3-8x = 4x \cdot (4x^2-2) \right]$$
