Bruchterme

==

Quotientenbildung in der Menge der Terme

Es ist ist $3 : 4 = \frac{3}{4}$ und $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$.

Dehnt man die Bruchschreibweise auf Term aus, dann erhält man sog. ***Bruchteme***.

Beispiele :

a) $(x+2) : (3x+4) = \frac{x+2}{3x+4}$ b) $a^2 : (a+b) = \frac{a^2}{a+b}$

Der Quotient zweier Terme ergibt einen Bruchterm.

Einsetzen in Bruchterme

Belegt man die Variablen eines Bruchterms mit Zahlen, dann erhält erhält der Bruchterm einen Wert. Die Menge der Einsetzzahlen nennt man **Grundmenge G**.

Beispiel :

Ist $T(x; y) = \frac{x^2+y^2}{x-y}$ $G = \left\{(x; y) \,\middle|\, x, y \in G\right\}$, dann ist

a) $T(3; 1) = \frac{3^2+1^2}{3-1} = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$

b) $T(-3; 0) = \frac{(-3)^2+0^2}{-3-0} = \frac{9+0}{-3} = \frac{9}{-3} = -3$

c) $T(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{4}\right)^2}{\frac{1}{2}-(-\frac{1}{4})} = \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{16}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{5}{16}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{16}:\frac{3}{4} = \frac{5}{16}\cdot\frac{4}{3} = \frac{5}{12}$

d) $T(2; 2) = \frac{2^2+2^2}{2-2} = \frac{4+4}{2-2} = \frac{8}{0}$ ist nicht definiert.

Beim Einsetzen in einen Bruchterm darf der Nenner nicht den Wert Null annehmen.

Die erlaubte Einsetzmenge heißt **Definitionsmenge D** des Bruchterms.

Zahlen die man einseten darf, heißen Definitionslücken.

Die Definitionsmenge ist stets eine Teilmenge der angegebenen Grundmenge G.

Beispiele für Bestimmung der Definitionsmenge D von Bruchtermen mit einer Variablen

---

a) $T(x) = \frac{1}{2x-1}$, $G = \mathbb{Q}$

Bestimmung der Definitionslücke: $2x-1 = 0 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Definitionsmenge : $D = \mathbb{Q}\backslash\{\frac{1}{2}\}$

---

b) $T(x) = \frac{2}{2x^2-3x}$

Bestimmung der Definitionslücke: $2x^2-3x = 0 \Leftrightarrow x\cdot(2x-3) = 0$

Dieses Produkt hat genau dann den Wert Null, wenn wenigstens einer seiner Faktoren den Wert Null hat. Also

$x = 0 \vee 2x-3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2x = 3 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{3}{2}$

Definitionsmenge : $D = \mathbb{Q}\backslash\{0; \frac{3}{2}\}$

Aufgaben

==

1. Gegeben ist der Term $T(a; b) = \frac{a-b}{2a+b^2}$.

Berechne den Wert des Terms für

a	3	-3	3	-3
b	4	4	-4	-4

a	0,4	$-0{,}4$	0,4	$-0{,}4$
b	0,3	0,3	$--0{,}3$	$-0{,}3$

a	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
b	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$

----

2. Bestimme die Definitionsmenge in $G = \mathbb{Q}$

a) $T(x) = \frac{x+1}{2x+3}$

b) $T(x) = \frac{x+2}{3x^2-4x}$

c) $T(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$

d) $T(x) = \frac{x}{9x^2-4}$

e) $T(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$
